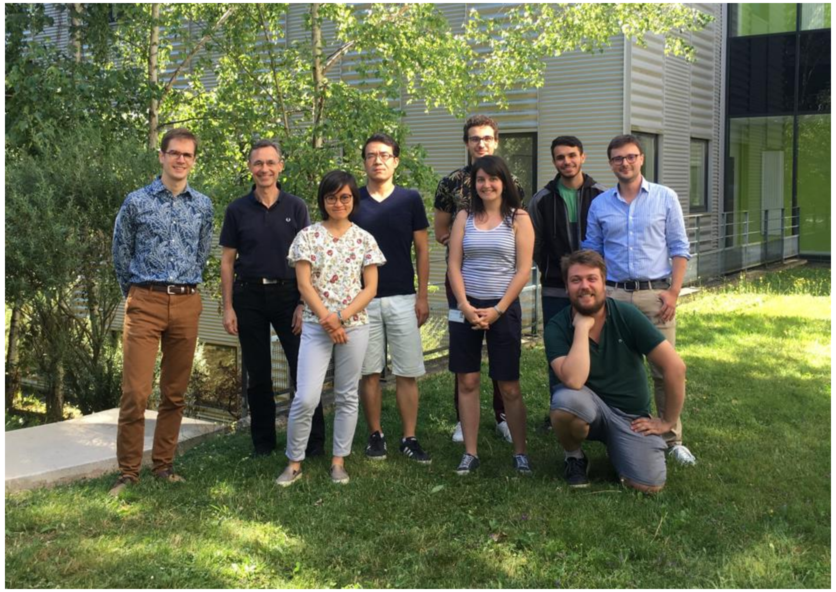
TD1 Optique Physique
Cohérence spatiale
Interférométrie stellaire

Benjamin VEST (SupOp 2012)

Maître de Conférences en Optique & Photonique

benjamin.vest@institutoptique.fr

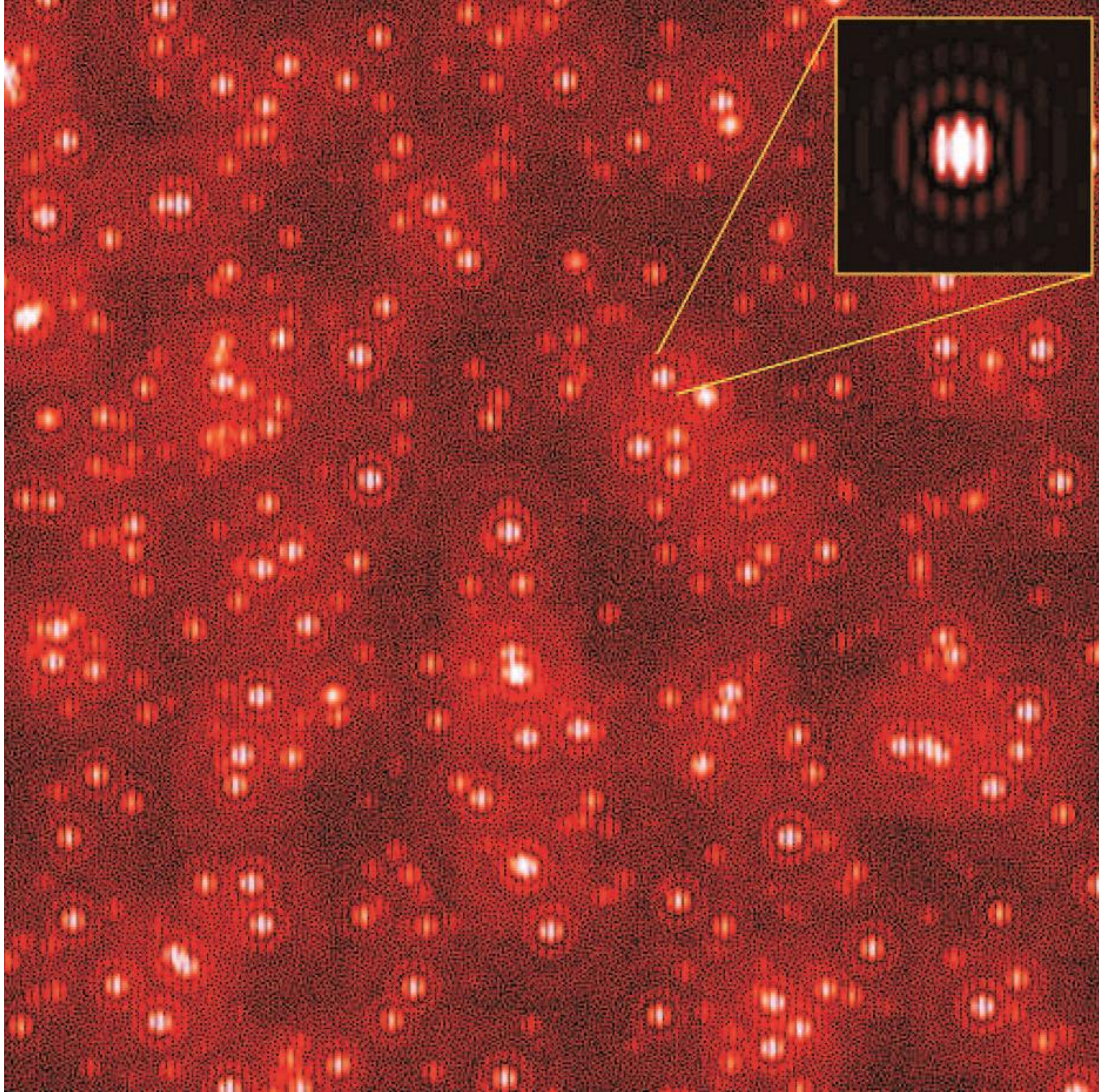


Quantum Nanophotonics and Plasmonics

@ Institut d'Optique

LABORATOIRE CHARLES FABRY

INSTITUT d'OPTIQUE GRADUATE SCHOOL ParisTech



Position du problème

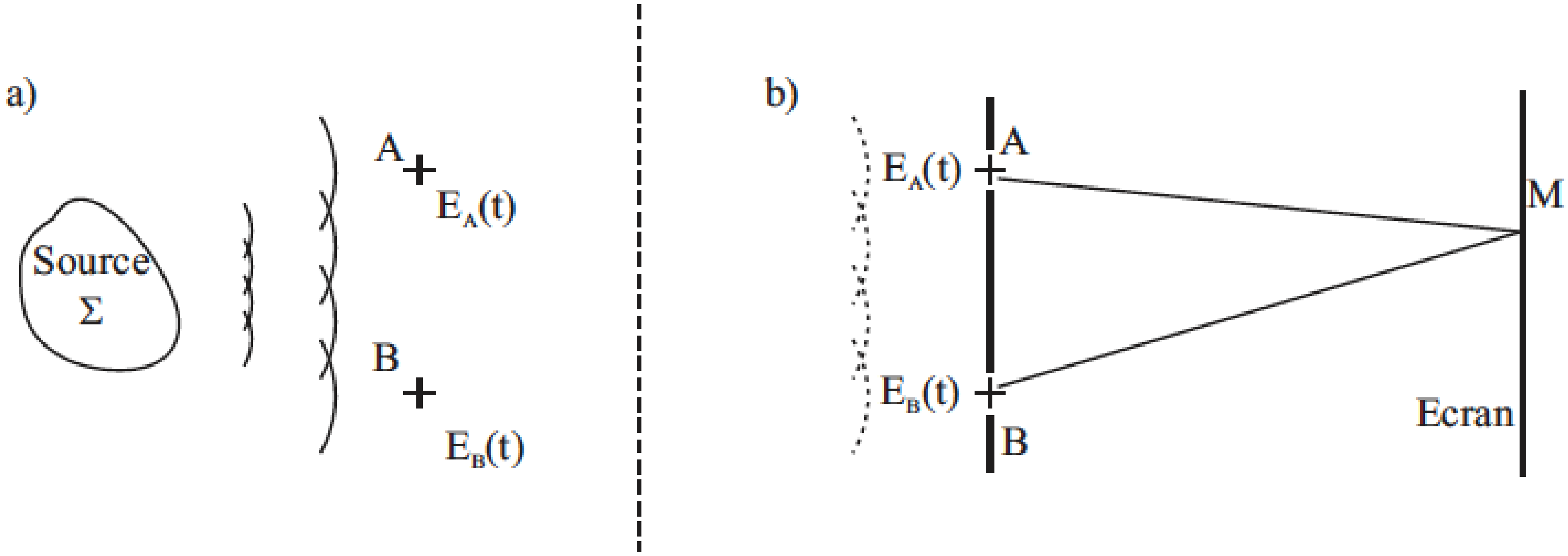
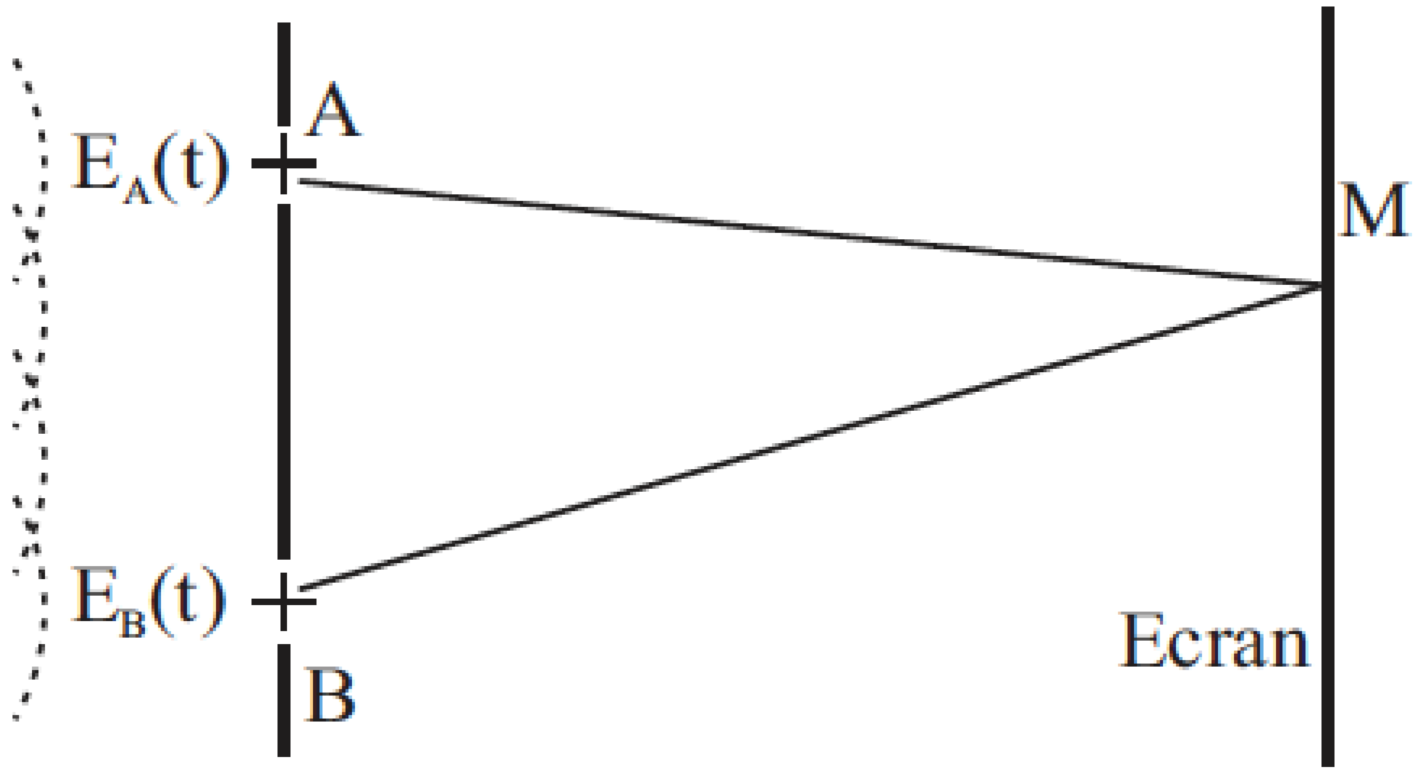


Figure 1: *(a) Champs crées par une source quelconque. (b) Dispositif de mesure de la cohérence à l'aide de trous d'Young.*



Interférences à deux ondes

Quels que soient Ea et Eb, on peut écrire :

$$I_{\mathrm{M}} = 2I_0\big(1 + C.\cos(2\pi p_{\mathrm{M}} + \alpha)\big)$$

Une des plus importantes expressions de l’optique physique

$$I_M = 2I_0(1 + C\ \cos(2\pi p_M + \phi))$$

Intensité des franges

Terme d’intensité moyenne

Contraste des franges =
Amplitude de modulation

Ordre d’interférence
/ phase au point M

« Phase à l’origine »
Dépend uniquement
de la phase __**relative**__
entre Ea et Eb

$$I_M = 2I_0(1 + C\ \cos(2\pi p_M + \phi))$$

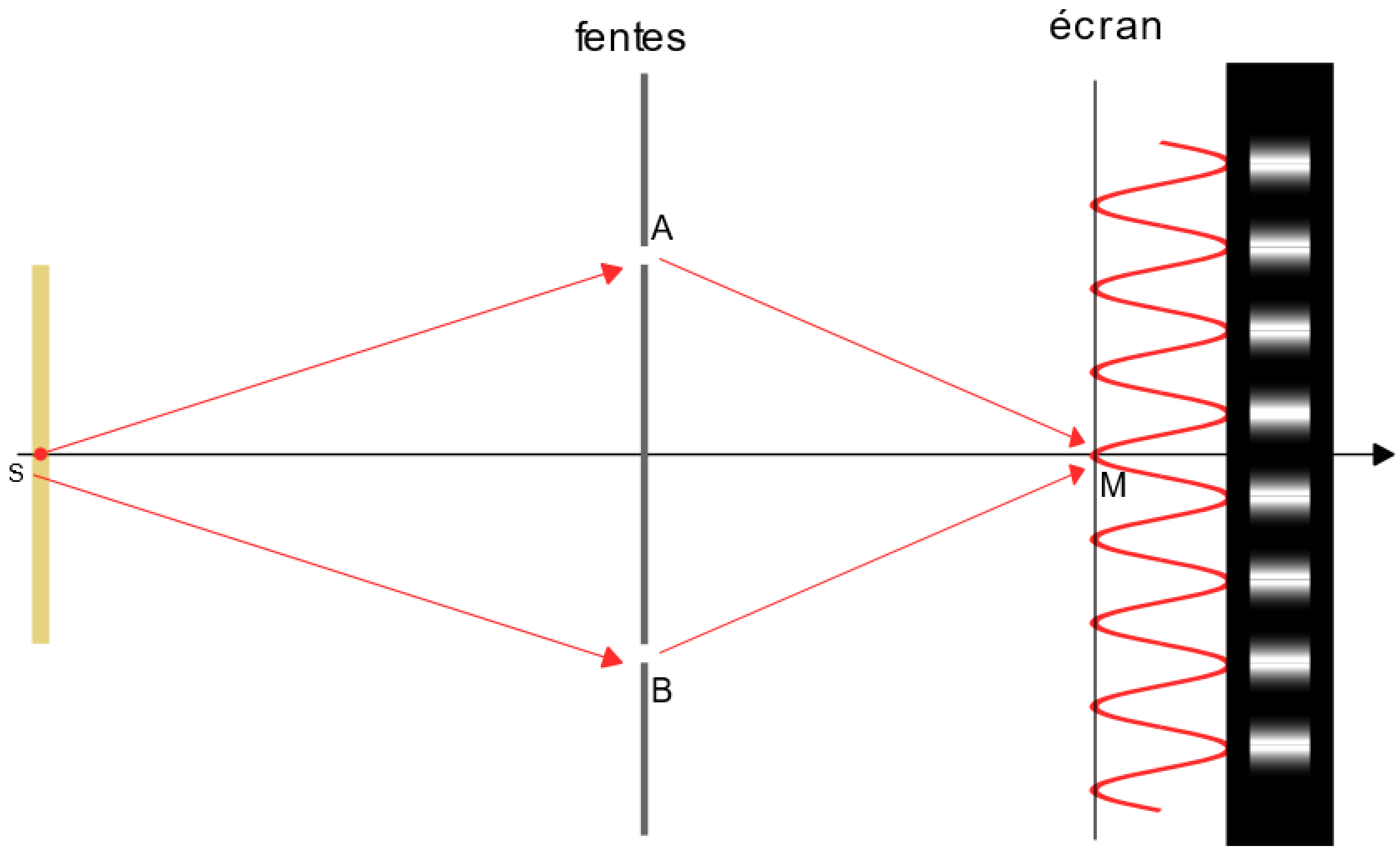
$$C = \frac{2|\langle E_\mathrm{A} E_\mathrm{B}^* \rangle|}{I_\mathrm{A} + I_\mathrm{B}}$$

De quoi dépend C ?

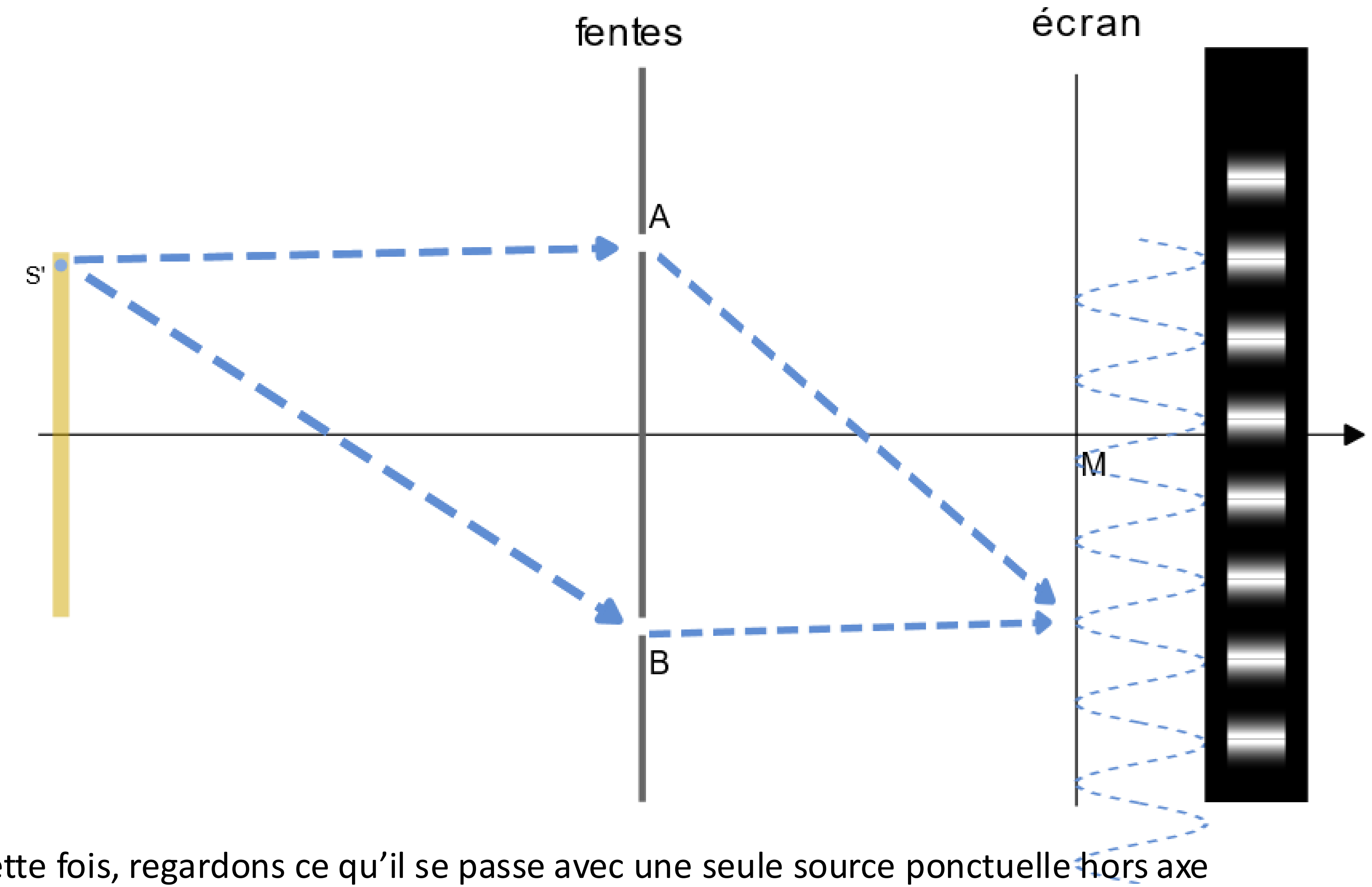
Pour des champs **synchrones** (sans fluctuation de phase relatives), C dépend **uniquement** du rapport alpha=Ia/Ib

$$C = \underbrace{\frac{2\sqrt{I_A I_B}}{I_A + I_B}}_{C_\mathrm{coh}} = \frac{2\sqrt{\alpha}}{1+\alpha}$$

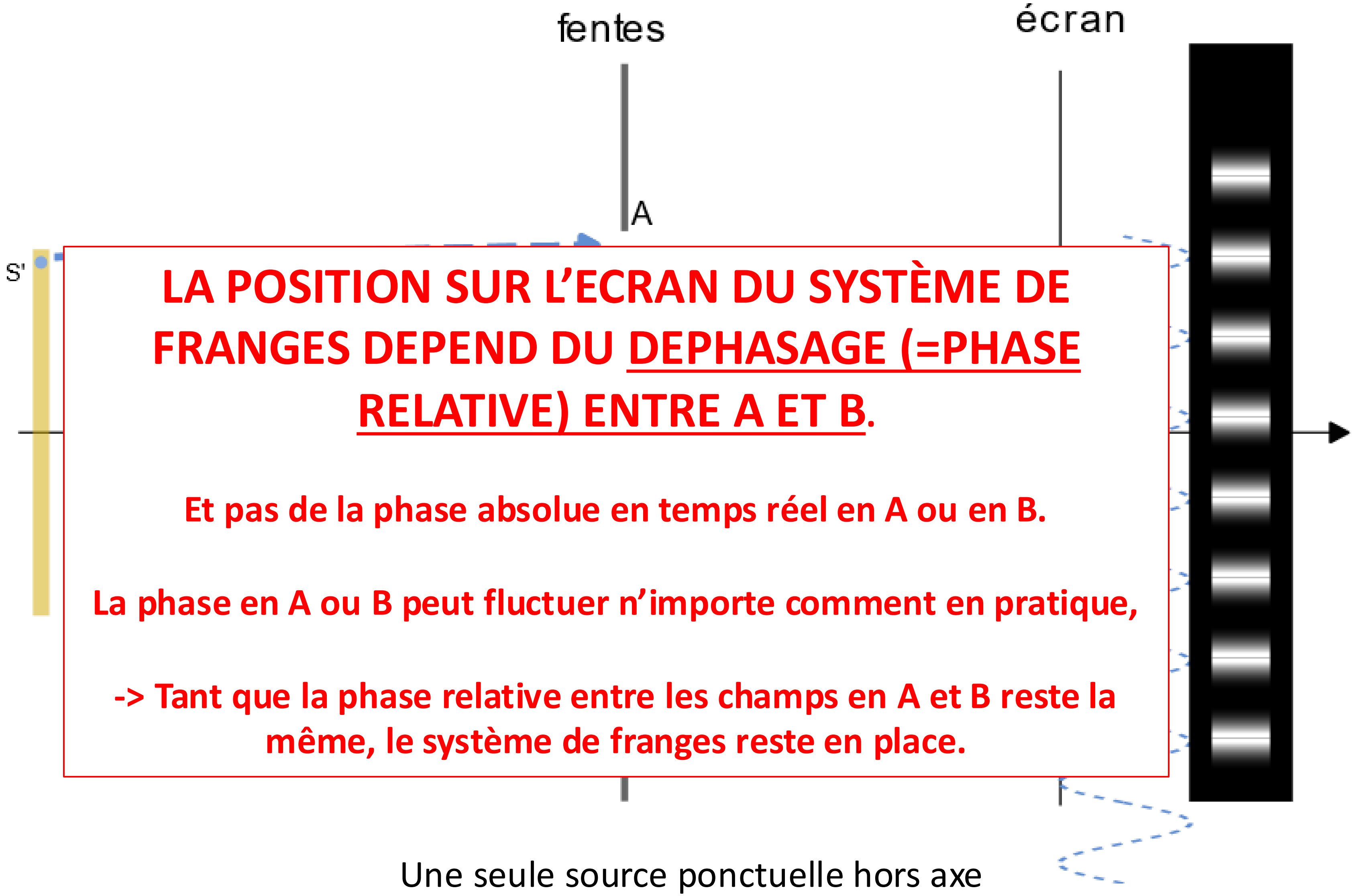
On parle de **contraste cohérent.**



On prend une seule source ponctuelle sur l’axe.
La phase entre A et B est la même (pas de différence de chemin optique entre SA et SB)
Le système de franges est parfaitement contrasté (source ponctuelle monochromatique) et centré (pas de différence de chemin optique sur l’axe)



Cette fois, regardons ce qu’il se passe avec une seule source ponctuelle hors axe
La phase entre A et B n’est pas la même
(différence de chemin optique entre S’A et S’B)
Le système de franges **<u>se décale</u>** mais reste parfaitement contrasté



LA POSITION SUR L'ECRAN DU SYSTÈME DE FRANGES DEPEND DU <u>DEPHASAGE (=PHASE RELATIVE) ENTRE A ET B</u>.

Et pas de la phase absolue en temps réel en A ou en B.

La phase en A ou B peut fluctuer n'importe comment en pratique,

-> Tant que la phase relative entre les champs en A et B reste la même, le système de franges reste en place.

Une seule source ponctuelle hors axe
La phase entre A et B n'est pas la même
(différence de chemin optique entre SA et SB)
Le système de franges **<u>se décale</u>** mais reste parfaitement contrasté

A vous de jouer !

Faites les parties A.1 & A.2

$$I_M = 2I_0(1 + C\ \cos(2\pi p_M + \phi))$$

$$C = \frac{2|\langle E_{\mathrm{A}} E_{\mathrm{B}}^* \rangle|}{I_{\mathrm{A}} + I_{\mathrm{B}}}$$

De quoi dépend C ?

1) Il dépend de l'équilibre des intensités : si un des deux champs est beaucoup plus intense que l'autre, on ne voit pas bien les franges.

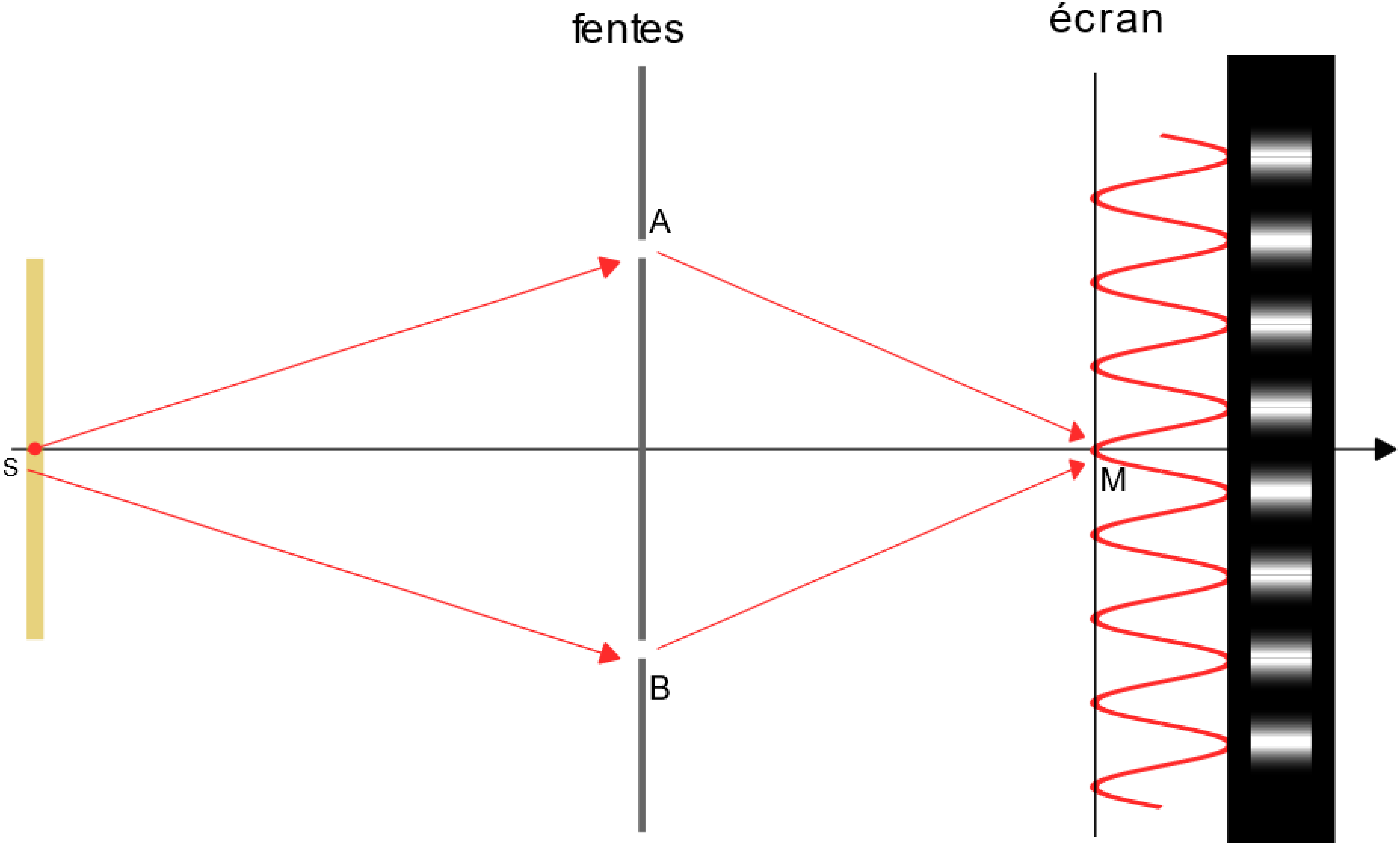
2)En pratique, c'est quand même beaucoup ce terme qui nous intéresse.

C'est pour cela que l'on définit **le degré de cohérence spatiale.** Il renseigne sur les **propriétés statistiques (c'est le sens des moyennes temporelles < >)** des champs en Ea et Eb,

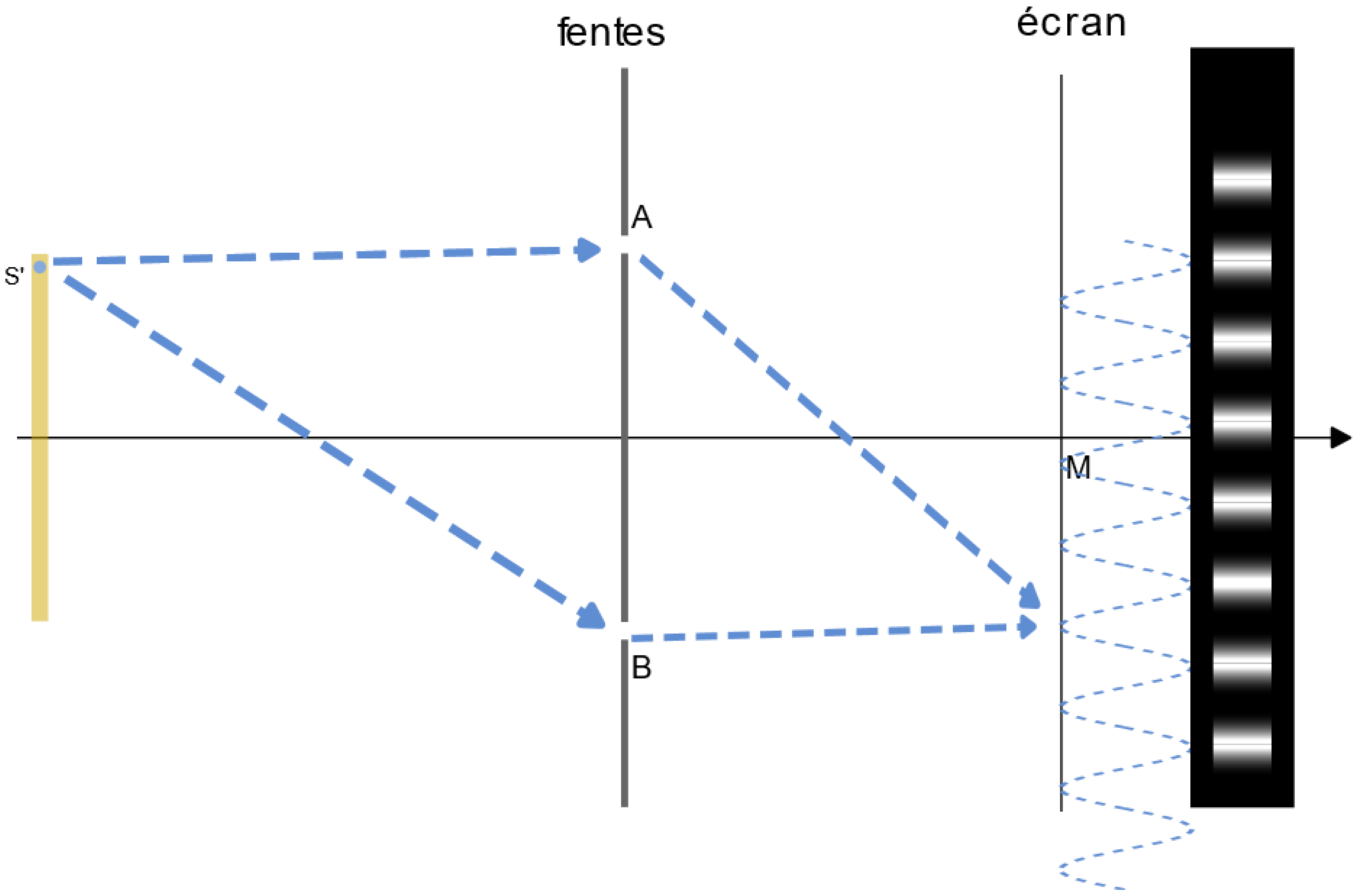
Ces propriétés sont bien sûr reliées en partie aux propriétés de la source qui a généré ces champs.

$$\gamma_{\mathrm{AB}} = \frac{C}{C_{\mathrm{coh}}} = \frac{|\langle E_{\mathrm{A}} E_{\mathrm{B}}^* \rangle|}{\sqrt{I_{\mathrm{A}} I_{\mathrm{B}}}}$$

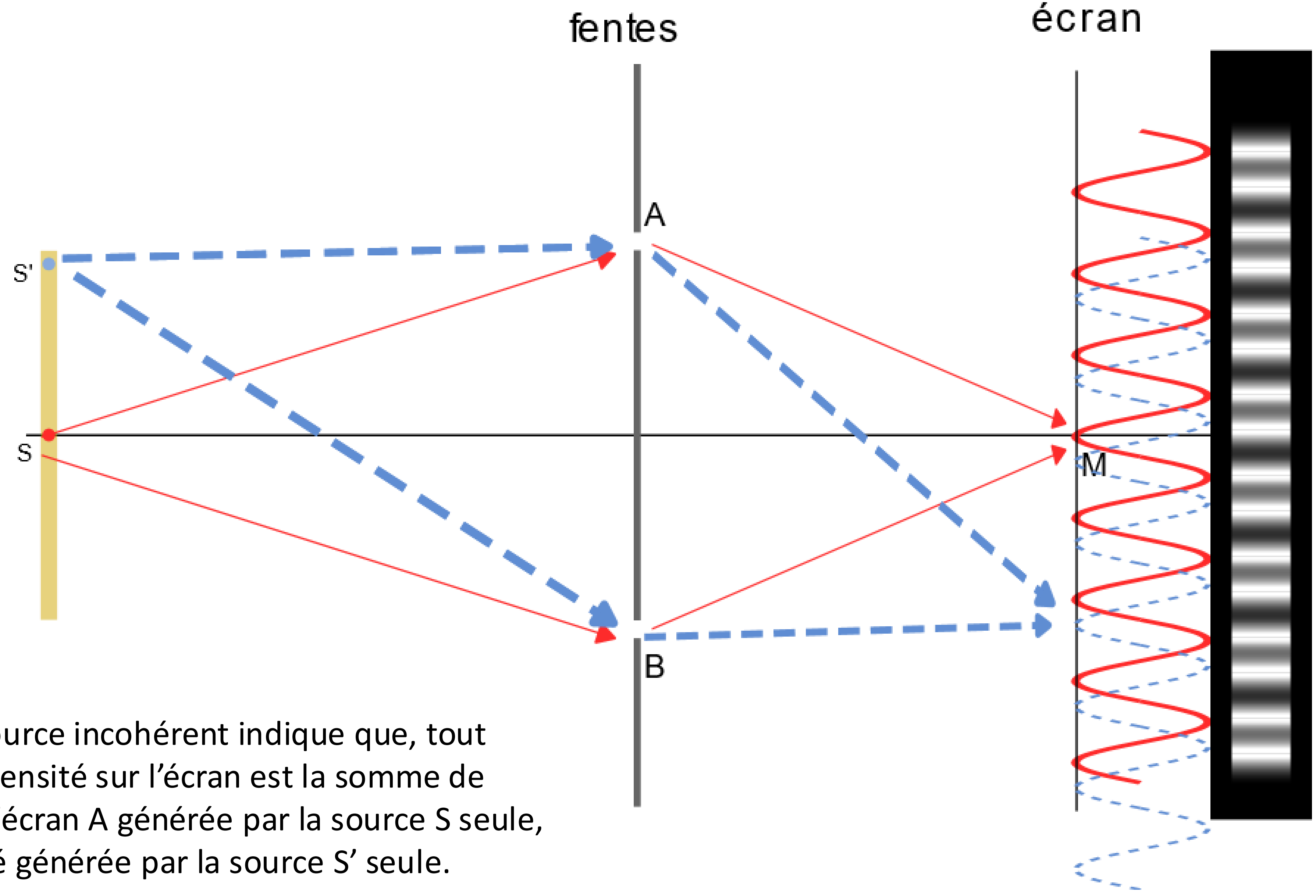
Le degré de cohérence spatiale des champs en A et B, c'est la réduction du contraste qui est due au brouillage de la phase relative entre A et B, indépendamment du problème d'équilibre des intensités.



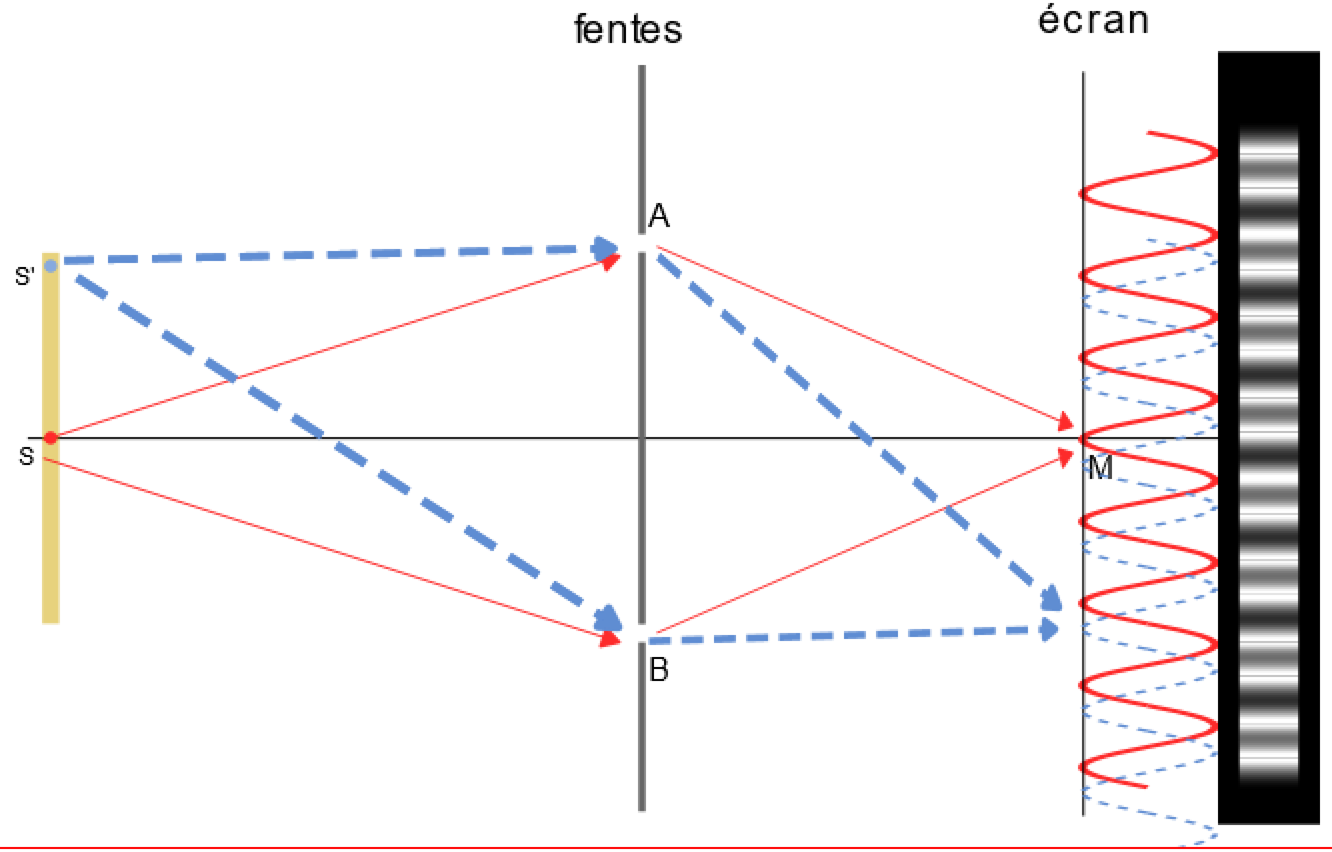
fentes
écran
A
B
S
M


fentes
écran
A
S'
M
B

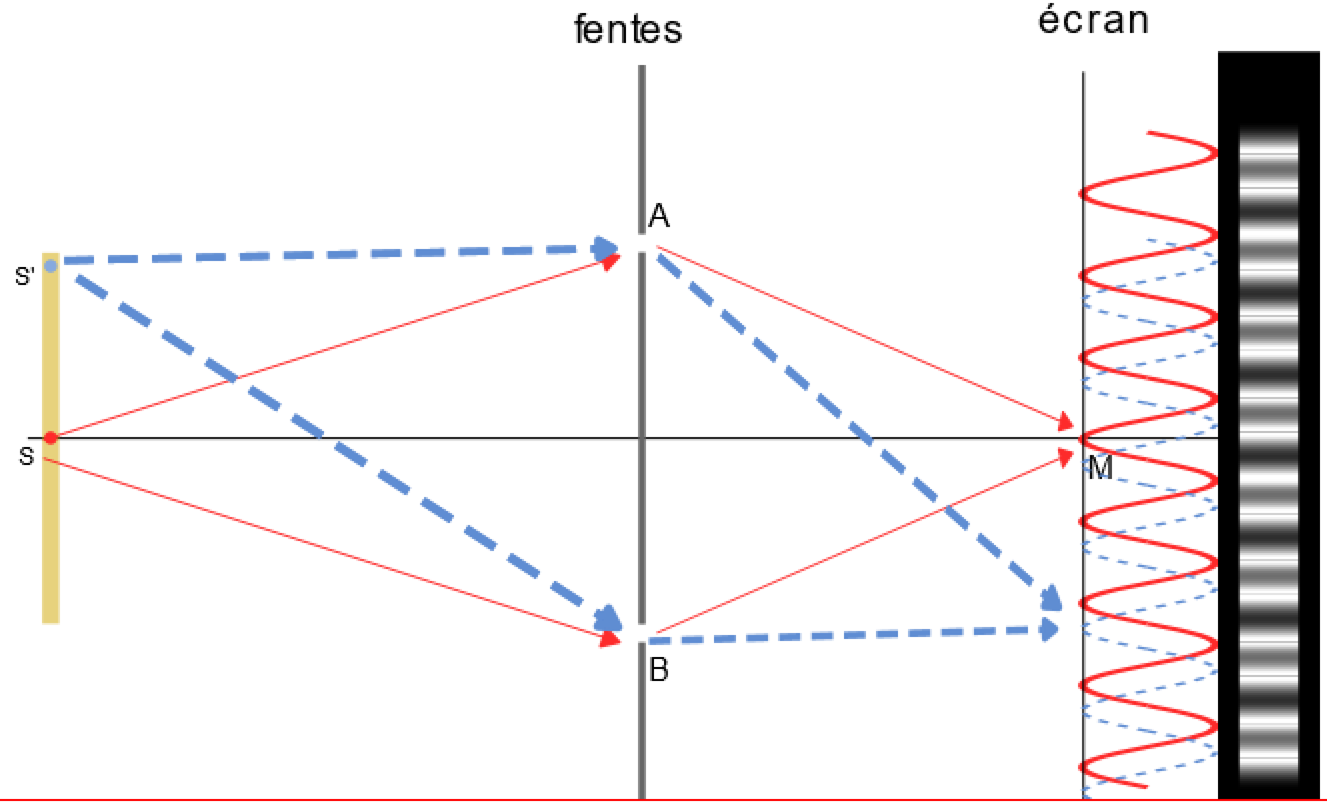
On prend deux sources incohérentes entre elles, placées en S et S'.



La notion de source incohérent indique que, tout calcul, fait, l'intensité sur l'écran est la somme de l'intensité sur l'écran A générée par la source S seule, et de l'intensité générée par la source S' seule.



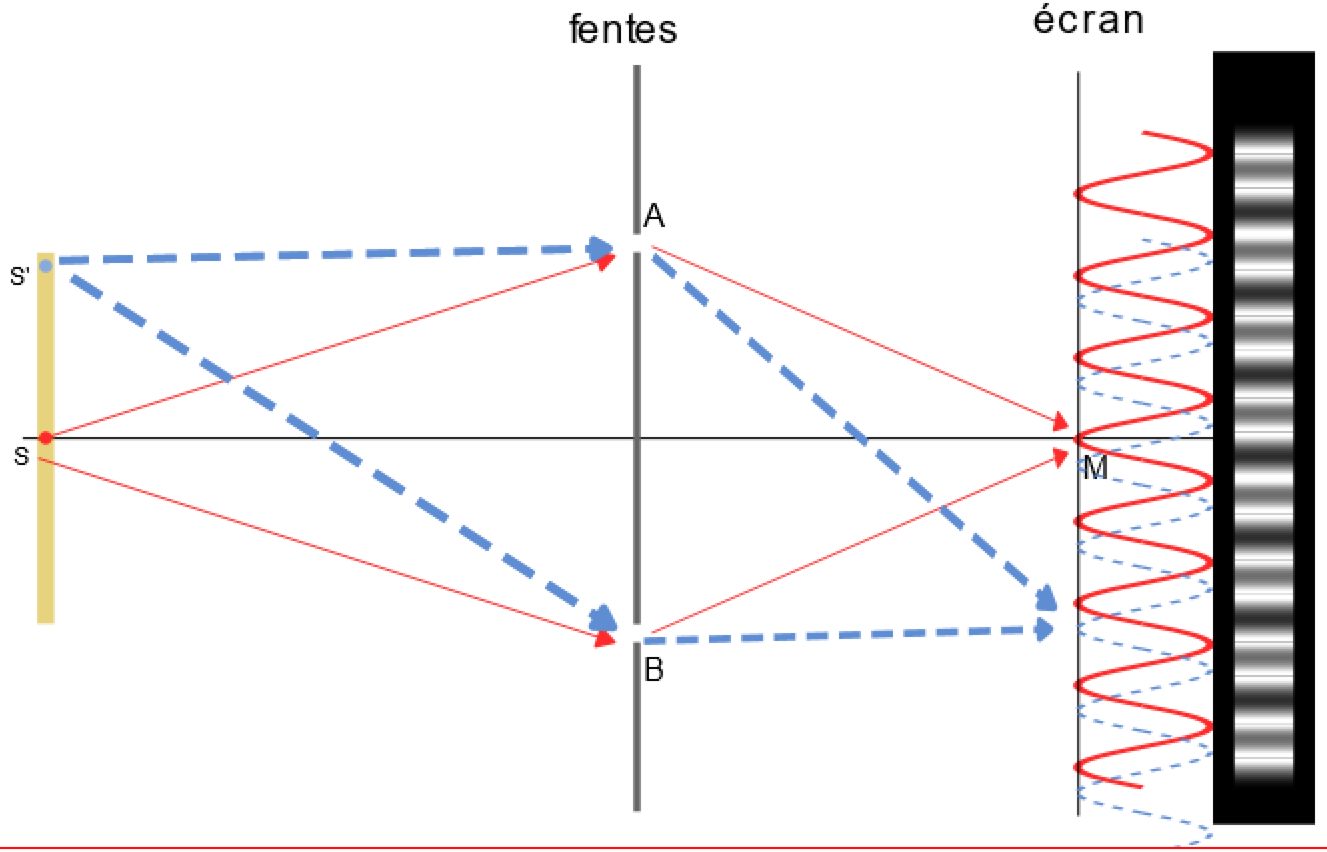
Lorsqu’on superpose des sources ponctuelles incohérentes, les systèmes de franges générées par chaque point source se superposent. **Ils sont décalés les uns des autres, ils *peuvent* donc se brouiller = le contraste *peut* chuter = *peut-être* pas de zéro d’intensité, de franges sombres.**



Lorsqu'on superpose des sources ponctuelles incohérentes, la relation de phase entre Ea et Eb *peut* **se brouiller.** Dans cet exemple,

- **PAS** de différence de chemin optique entre SA et SB : les champs en A et B générés par S ont un déphasage relatif nul
- Différence de chemin optique entre S'A et S'B : déphasage non nul

Du coup…cela devient difficile de dire clairement quelle est la phase relative entre A et B ! Chaque point source amène une différence de phase entre A et B différente, et on ne peut pas dire, la phase relative entre A et B vaut …



Il n’existe plus de moyen simple de décrire la phase relative entre A et B. sinon des moyens statistiques.

$$C = \frac{2|\langle E_{\mathrm{A}} E_{\mathrm{B}}^{*} \rangle|}{I_{\mathrm{A}} + I_{\mathrm{B}}} \qquad \gamma_{\mathrm{AB}} = \frac{C}{C_{\mathrm{coh}}} = \frac{|\langle E_{\mathrm{A}} E_{\mathrm{B}}^{*} \rangle|}{\sqrt{I_{\mathrm{A}} I_{\mathrm{B}}}}$$

Le degré de cohérence spatiale n’est pas une grandeur « binaire »
(il existe une infinité de situation entre des champs parfaitement cohérents et parfaitement incohérents)
Cela correspond à un degré de cohérence évoluant entre 0 et 1.

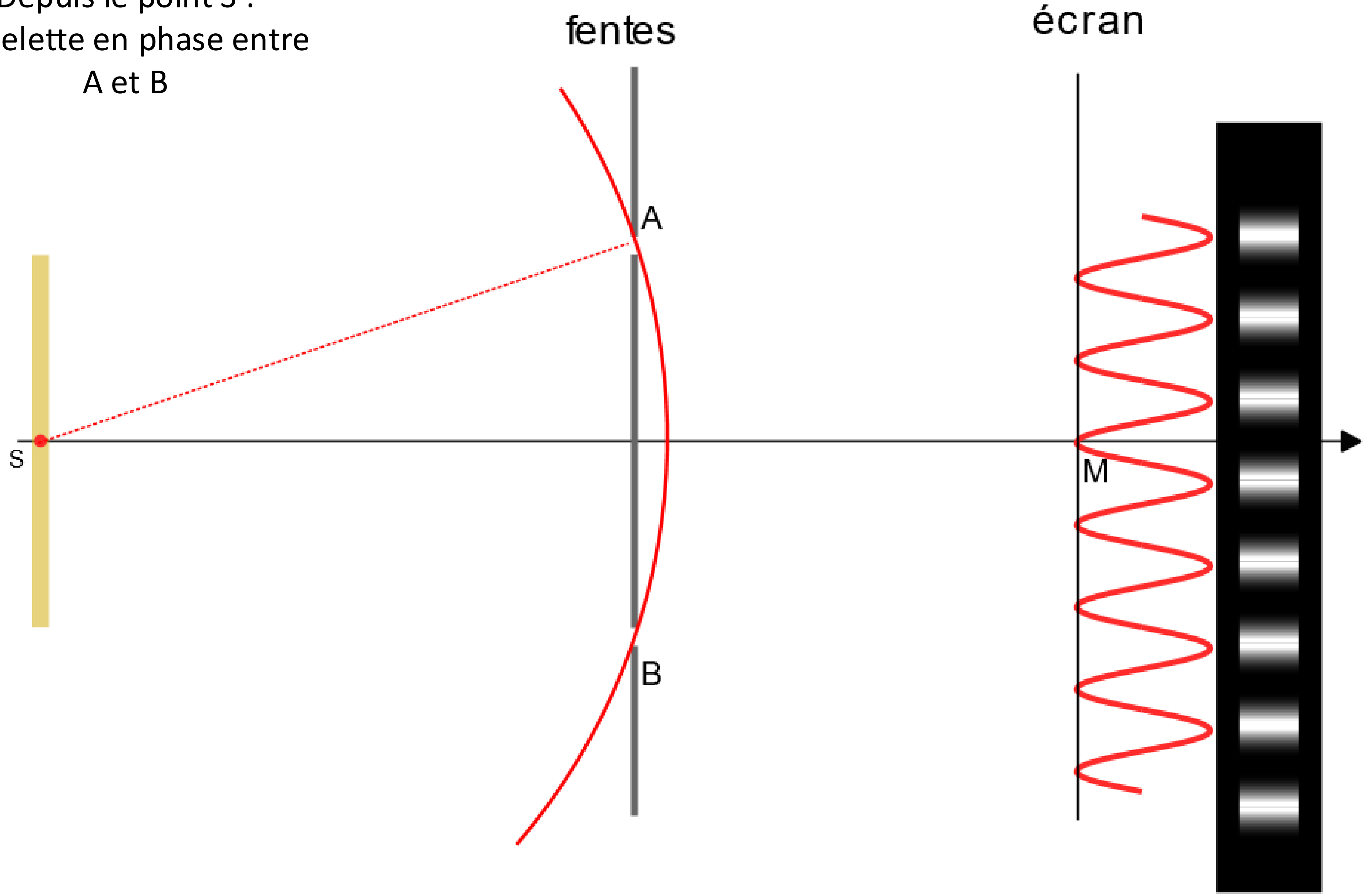
A vous de jouer !

Faites la partie A.3

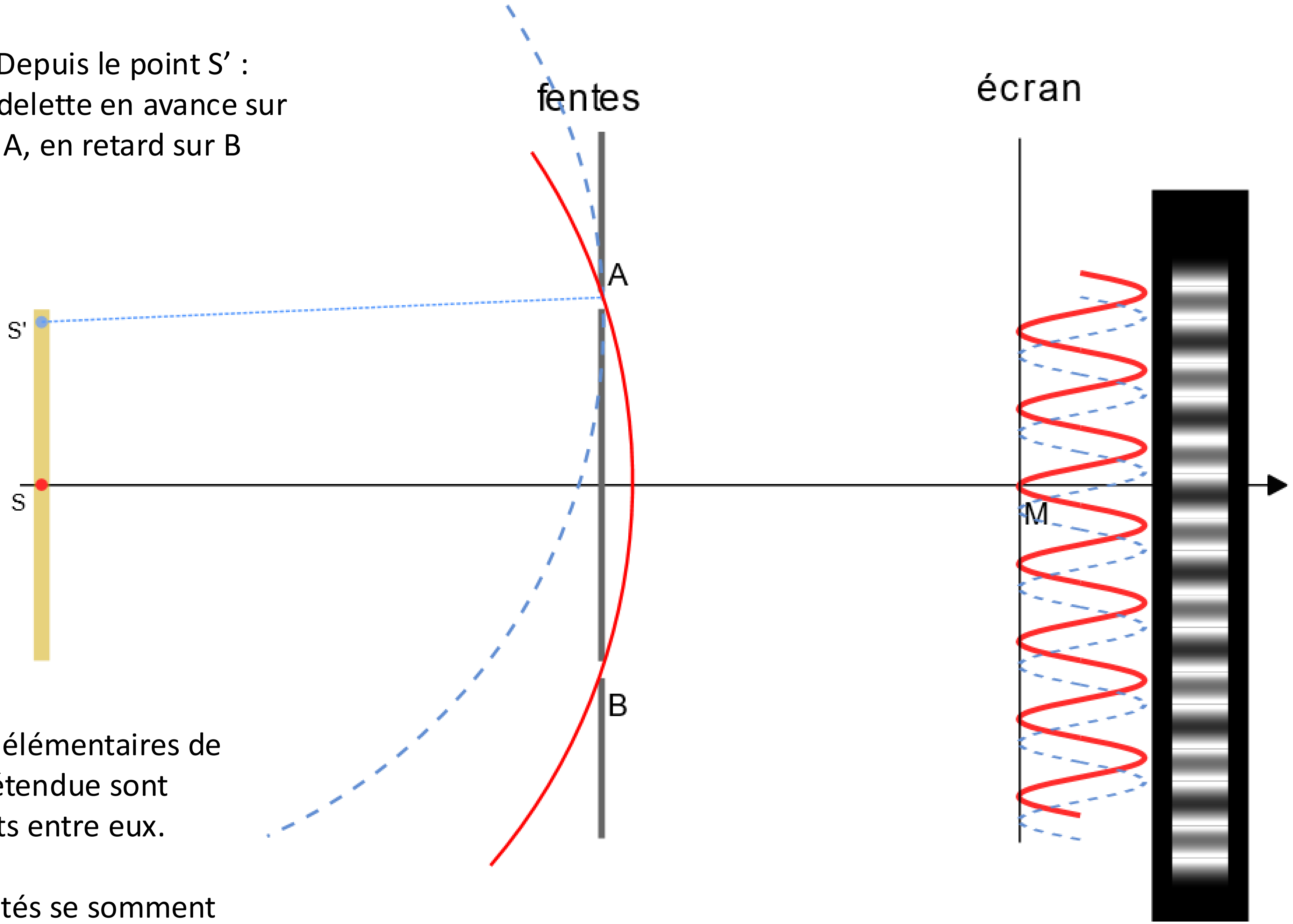
Le théorème de Van-Cittert Zernike

Passons à une source encore plus étendue, avec une infinité de points sources…

Depuis le point S :
Ondelette en phase entre
A et B



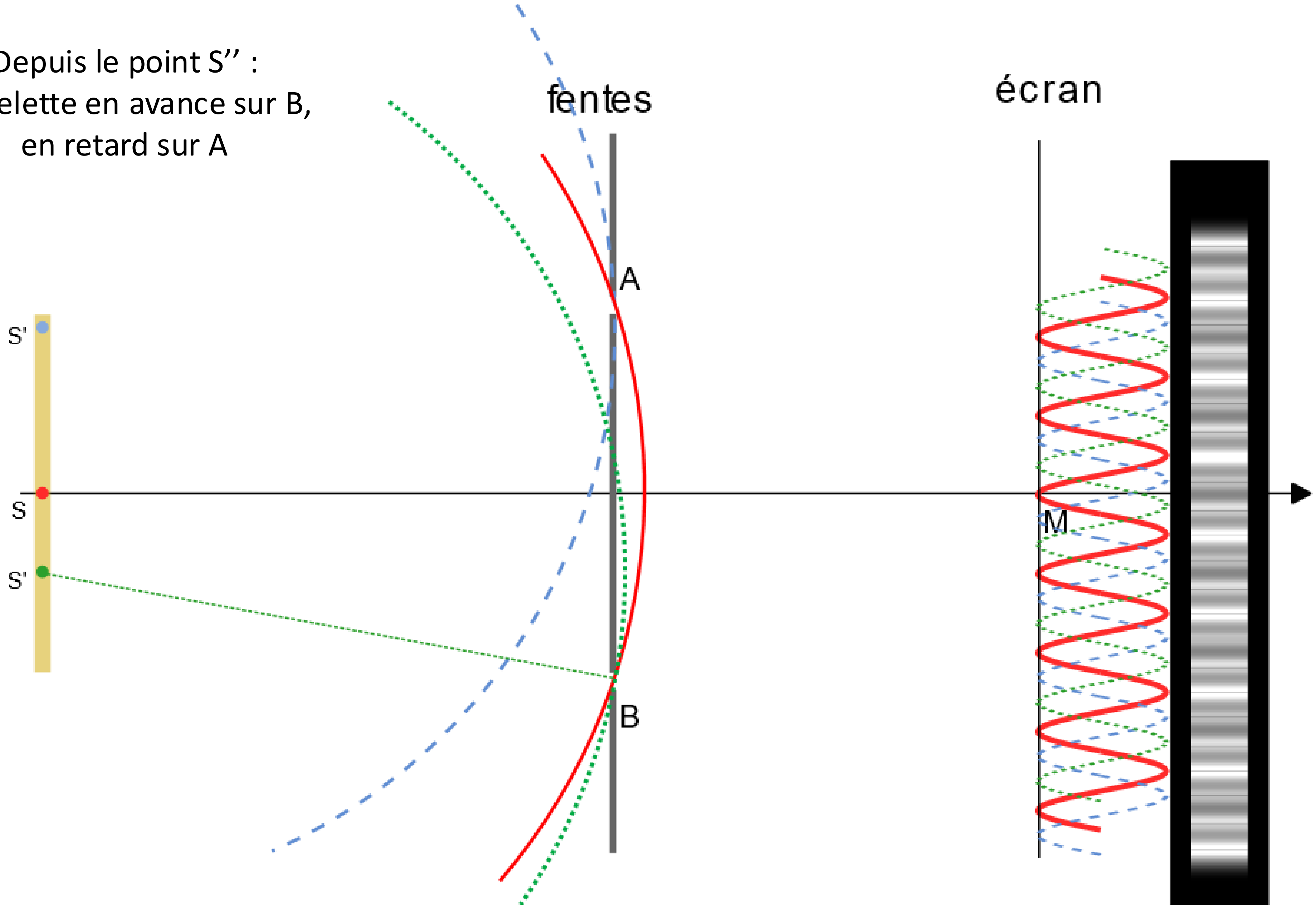
Depuis le point S' :
Ondelette en avance sur A, en retard sur B

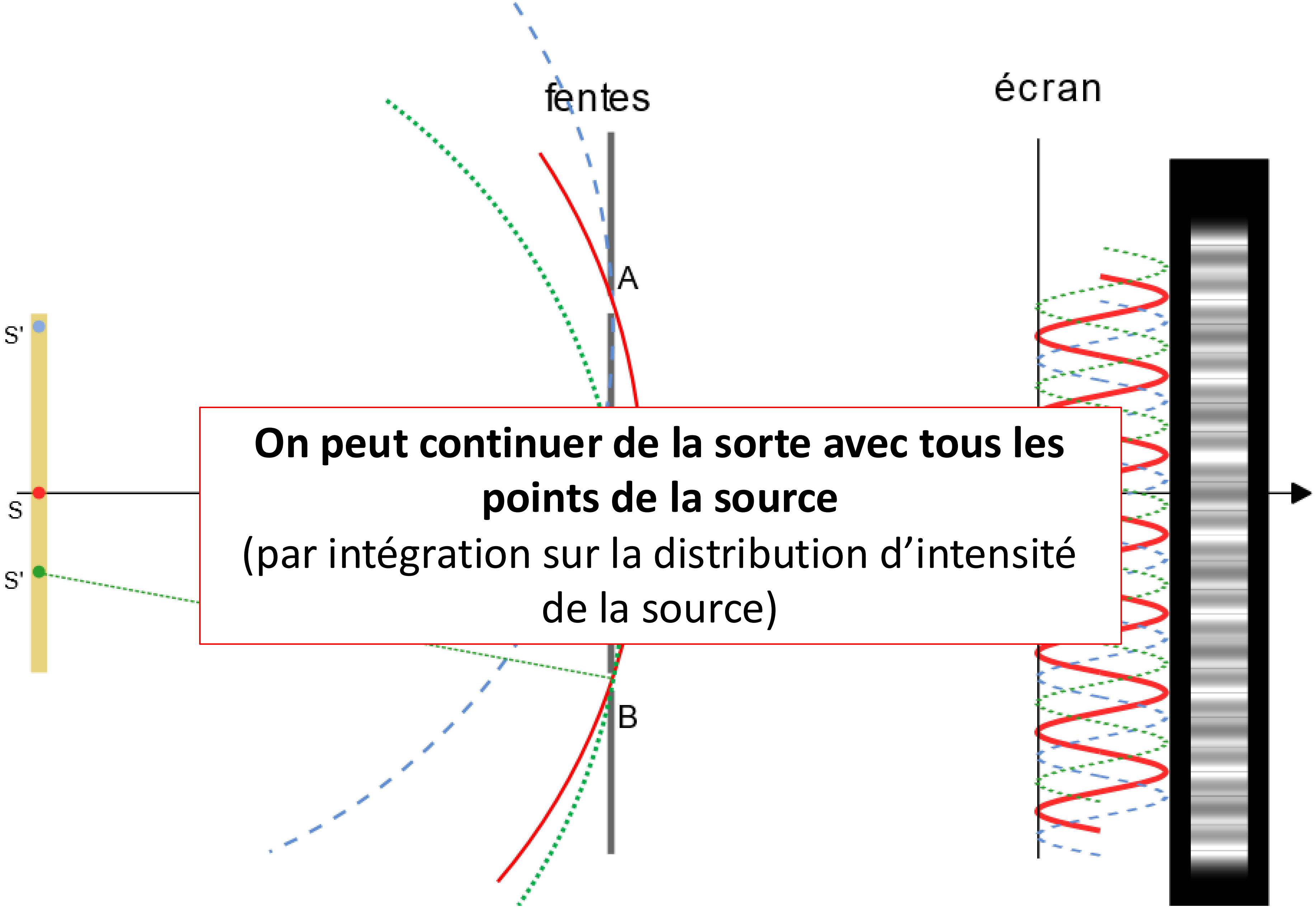


Les points élémentaires de la source étendue sont incohérents entre eux.

Les intensités se somment sur l'écran.

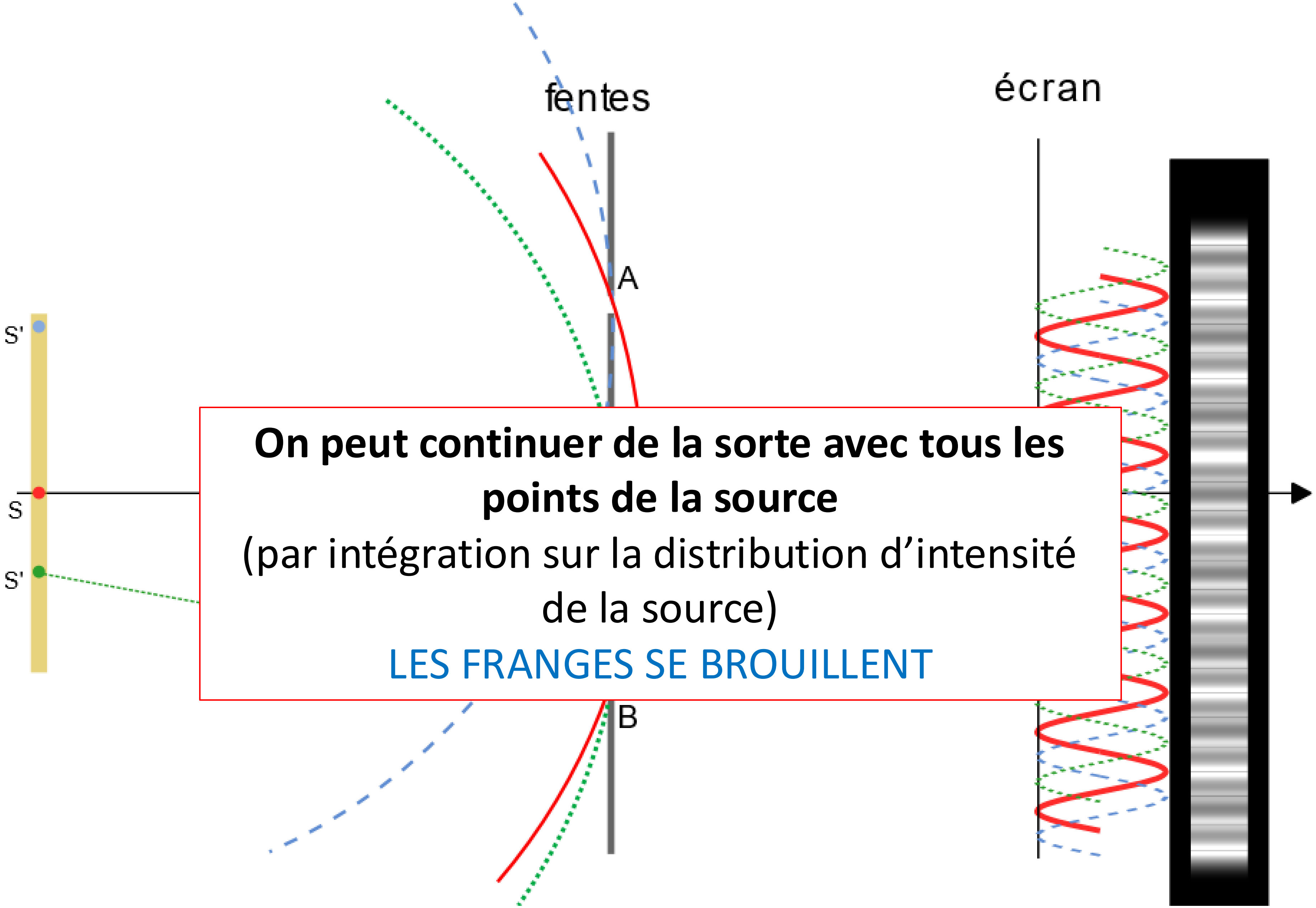
Depuis le point S'' :
Ondelette en avance sur B,
en retard sur A





On peut continuer de la sorte avec tous les points de la source

(par intégration sur la distribution d’intensité de la source)



On peut continuer de la sorte avec tous les points de la source

(par intégration sur la distribution d'intensité de la source)

LES FRANGES SE BROUILLENT

On voit que la phase entre les points A et B devient très compliquée à décrire car toutes les ondelettes se mélangent différemment. On voit aussi que plus A est éloigné de B, plus c'est le bazar !

A vous de jouer !

Faites la partie B.

Indices :

1a) l'élément d'intensité dIM (S) s'écrit comme des interférences à deux ondes créées par une source ponctuelle (donc parfaitement cohérente)

1b) Il faut écrire cette intensité en fonction de theta_S
(en particulier, montrer que ps = a theta_S / lambda en utilisant les approximations de l'énoncé D>>sigma>>lambda)

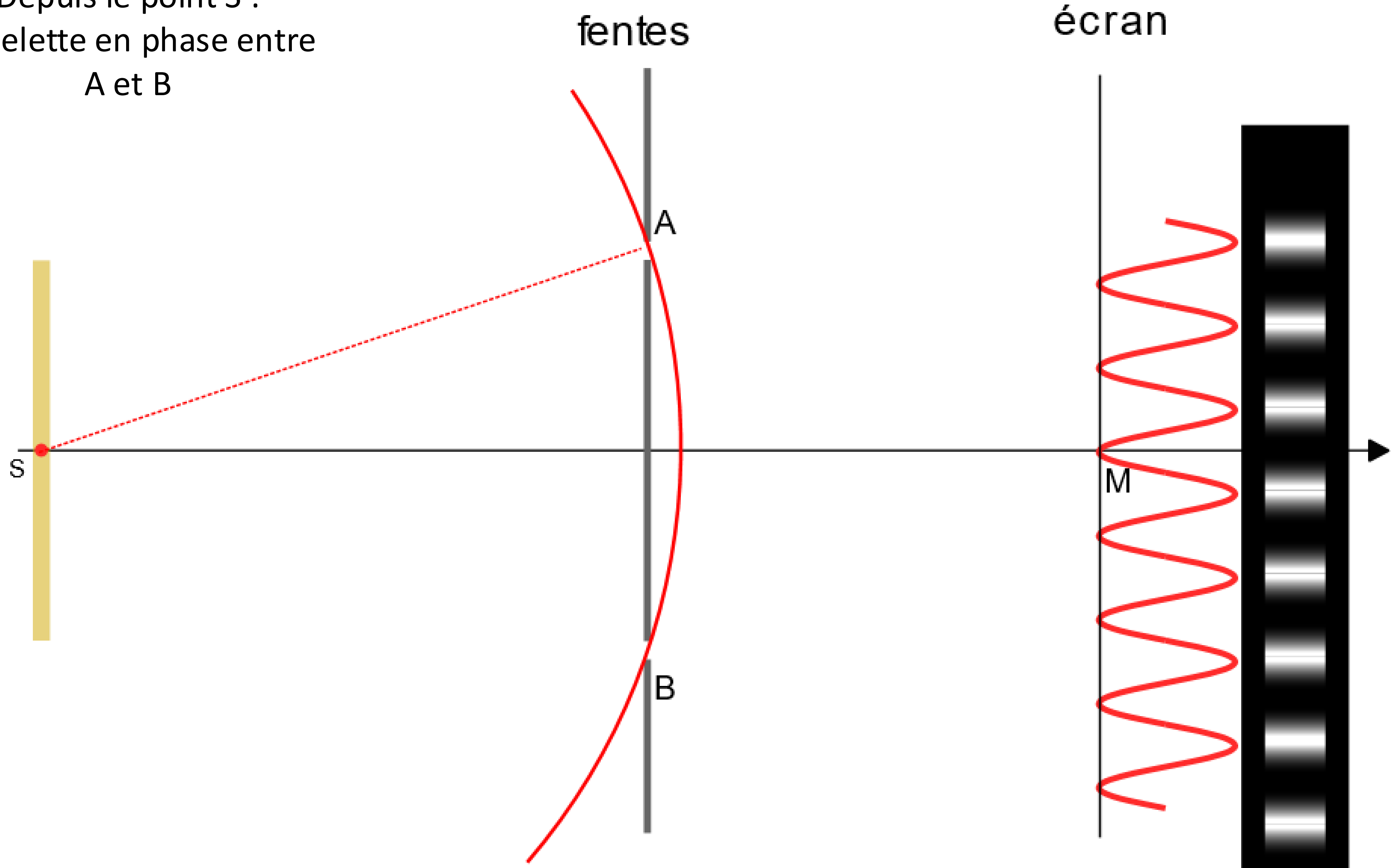
2) Il suffit d'intégrer sur la source, soit sur theta_S

3) Identifiez les éléments avec l'expression générale des interférences à deux ondes (et notamment le terme de contraste).

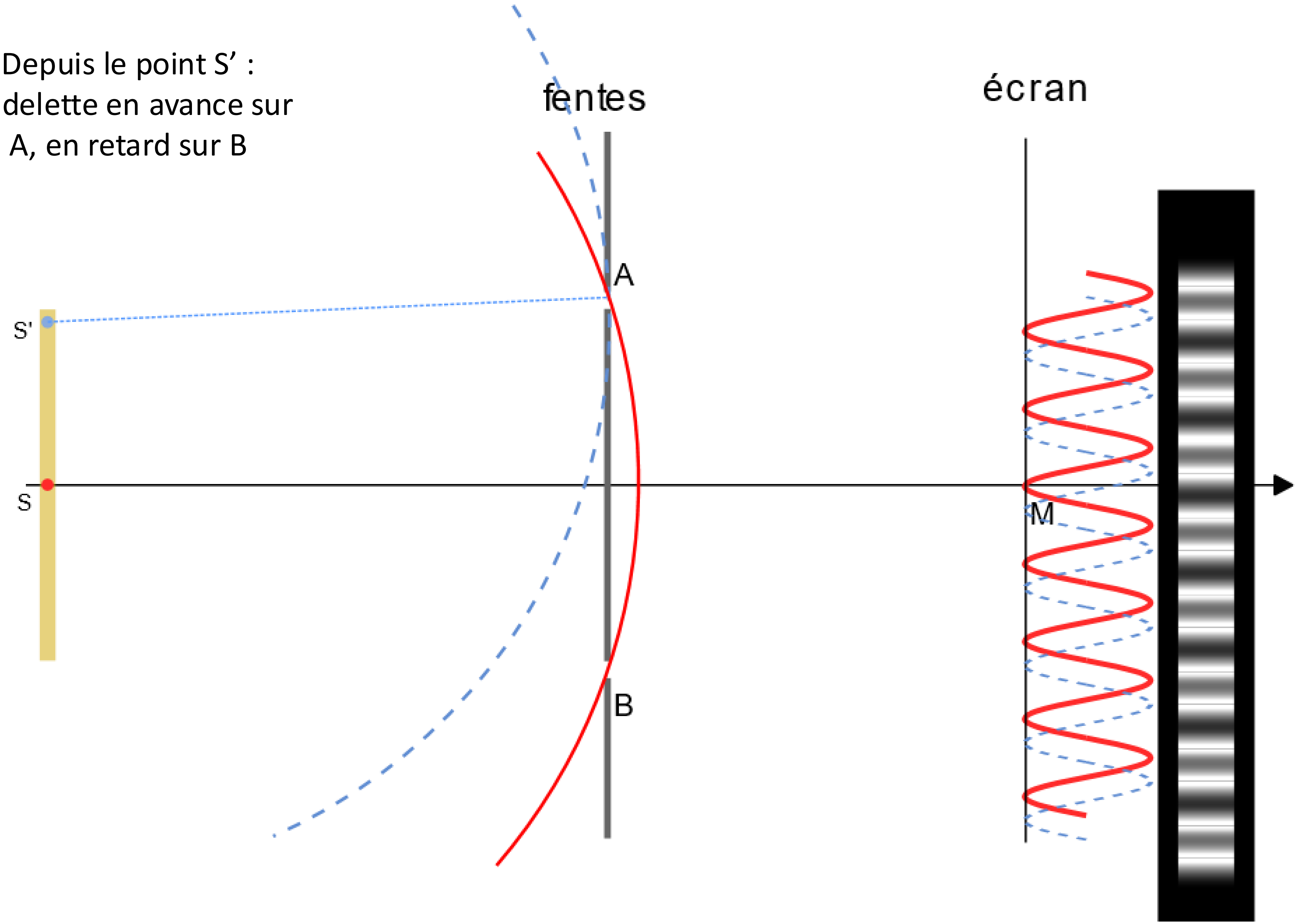
MESURE DE COHERENCE SPATIALE

UN EXEMPLE AVEC UNE SOURCE ETENDUE A PROXIMITE DES DEUX POINTS DE MESURES (=les fentes)

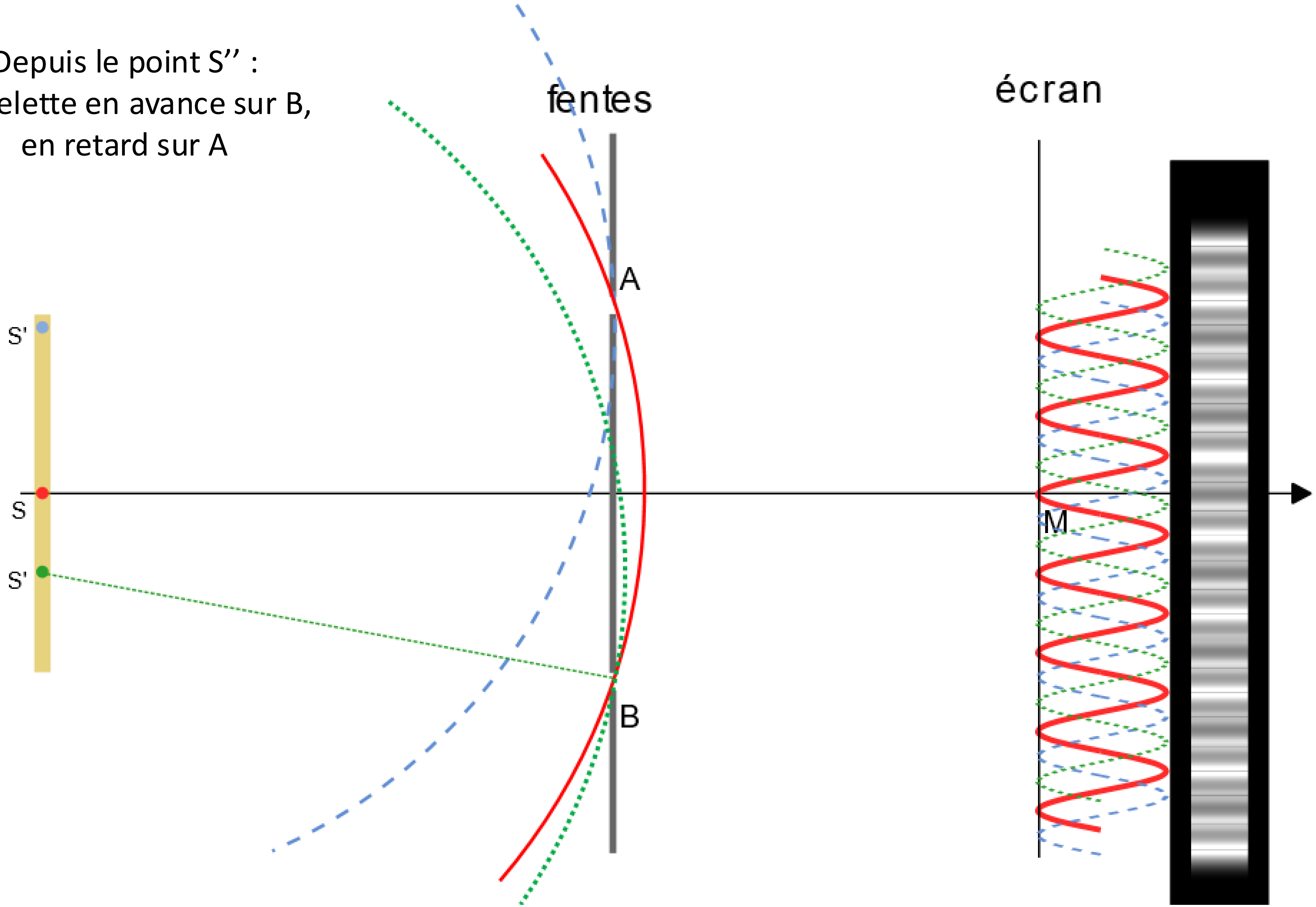
Depuis le point S :
Ondelette en phase entre
A et B

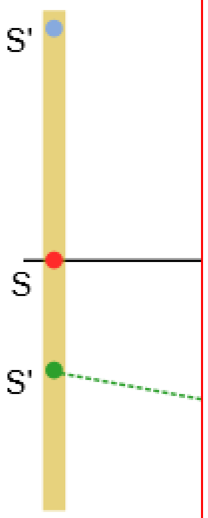


Depuis le point S' :
Ondelette en avance sur
A, en retard sur B



Depuis le point S'' :
Ondelette en avance sur B,
en retard sur A





« Bonne » cohérence spatiale

<->

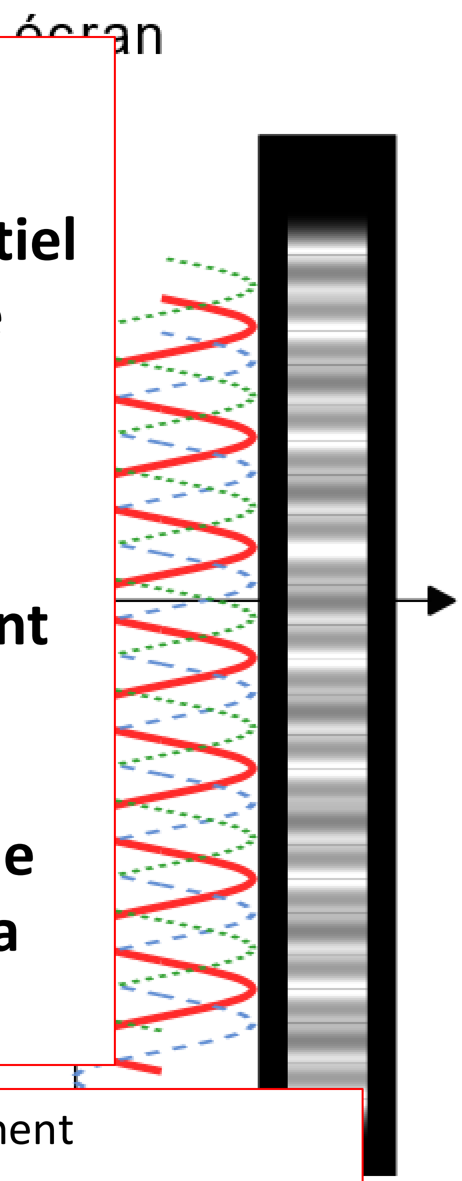
maintien d'un **« bon » contraste interférentiel** entre deux points séparés d'une distance donnée

<->

Les systèmes de franges générés par les différents points de la source **ne se décalent pas trop** les uns par rapport aux autres

<->

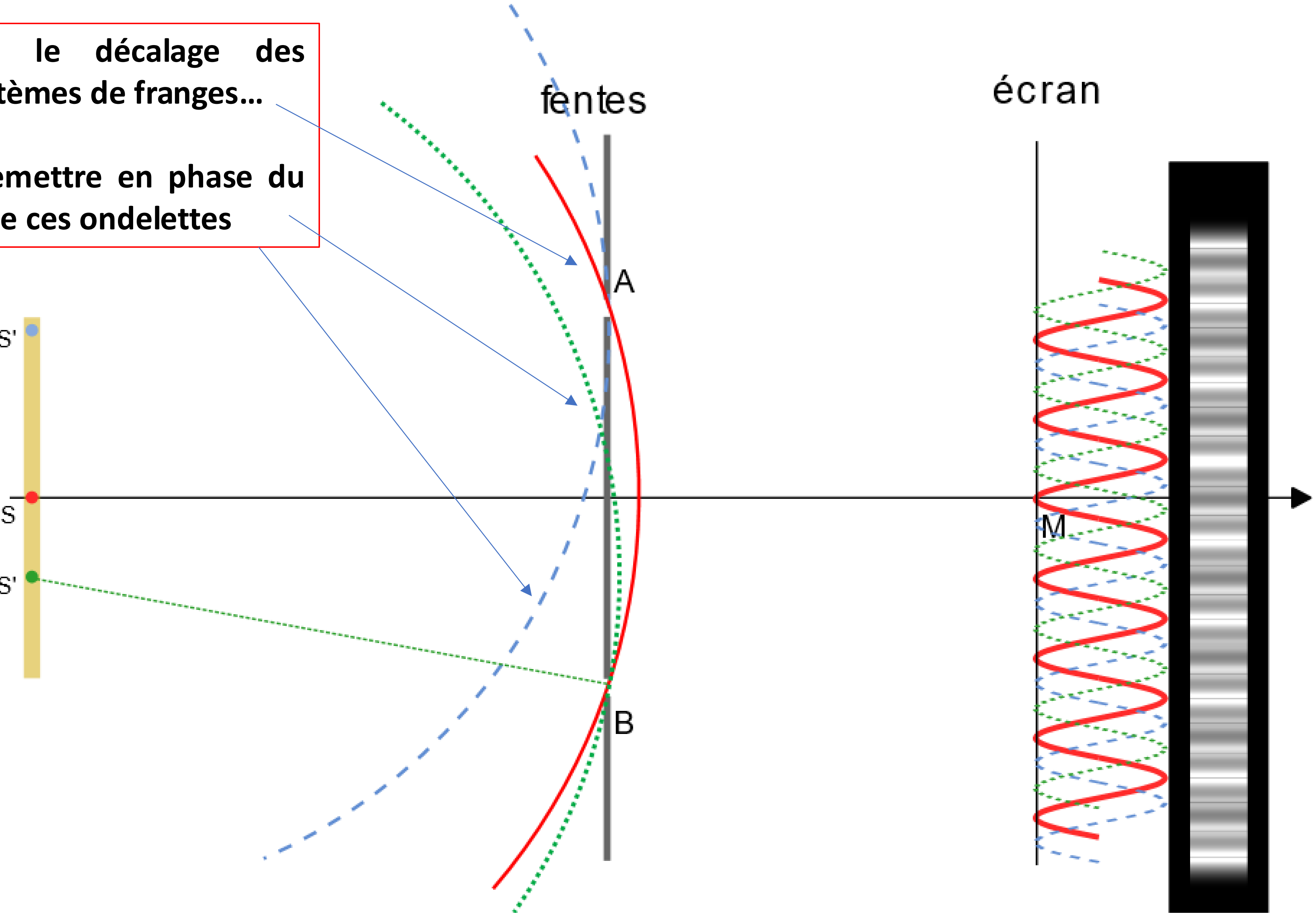
La **phase relative entre A et B pour chaque ondelette générée par chaque point de la source** est **à peu près la même**



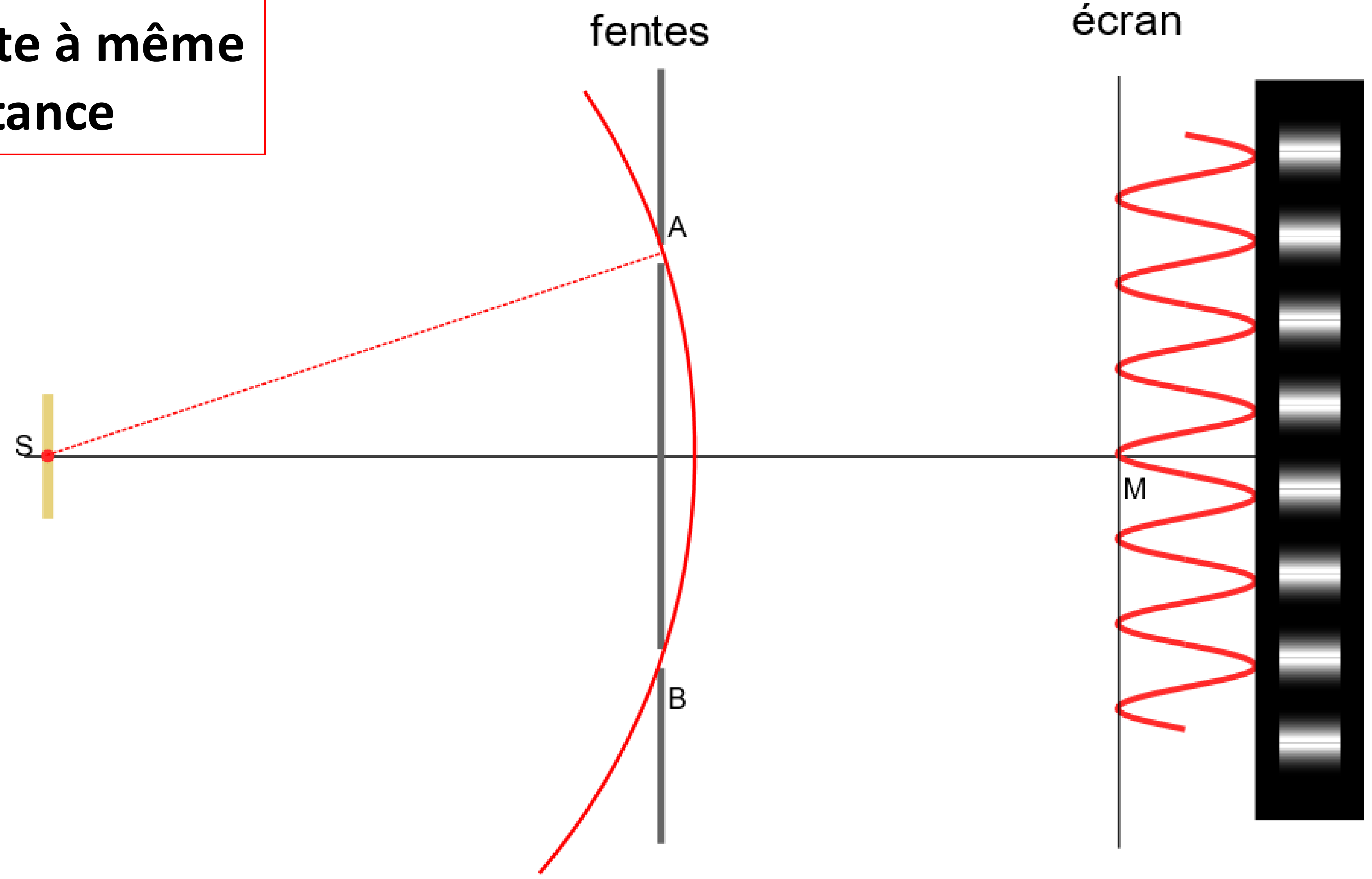
SI tous les systèmes de franges se superposaient parfaitement
(frange sombre sur sombre, brillante sur brillante)
le contraste serait toujours maximal

Pour limiter le décalage des différents systèmes de franges…

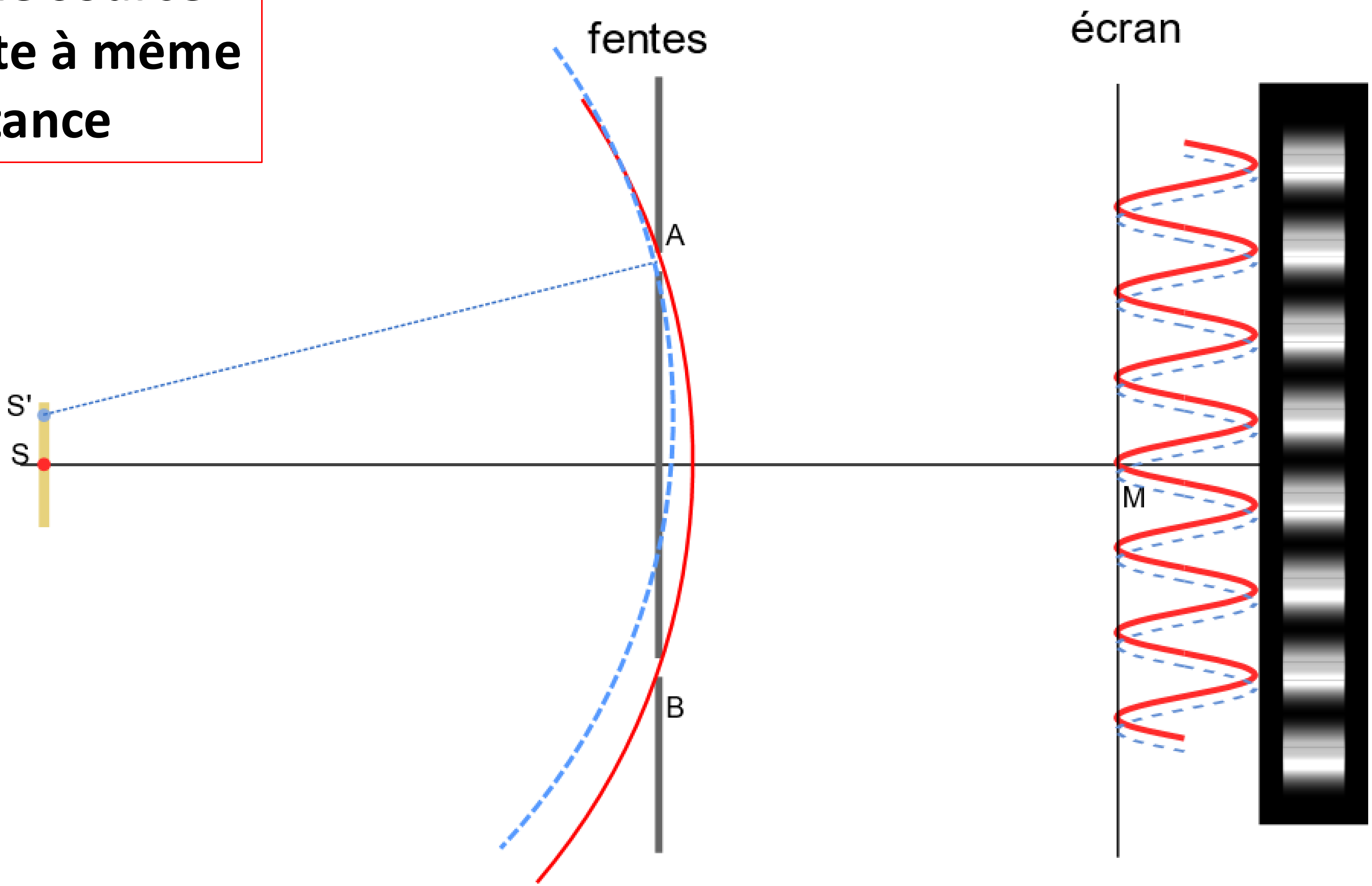
-> …il faut remettre en phase du mieux possible ces ondelettes



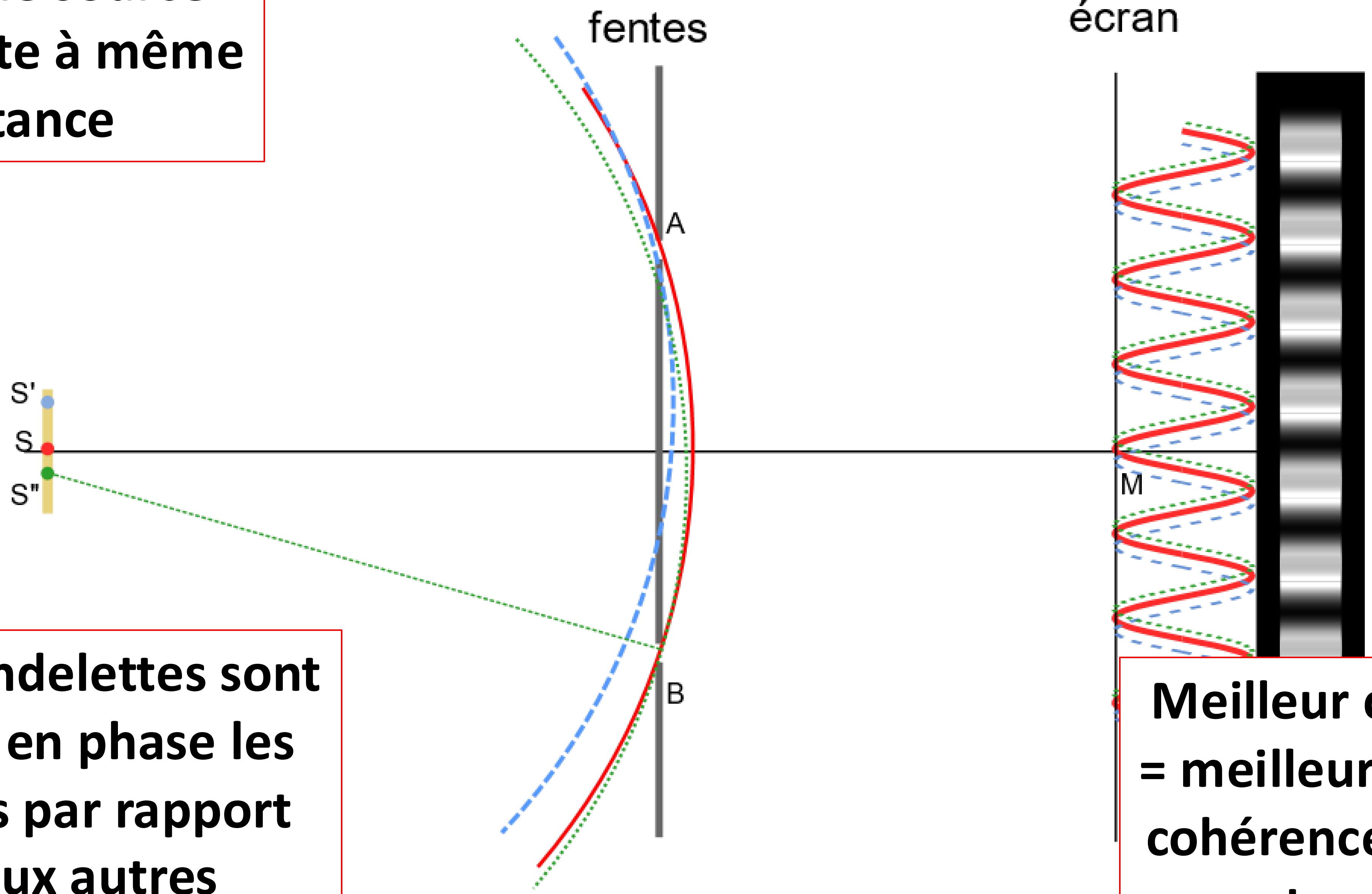
Avec une source plus petite à même distance



Avec une source plus petite à même distance



Avec une source plus petite à même distance

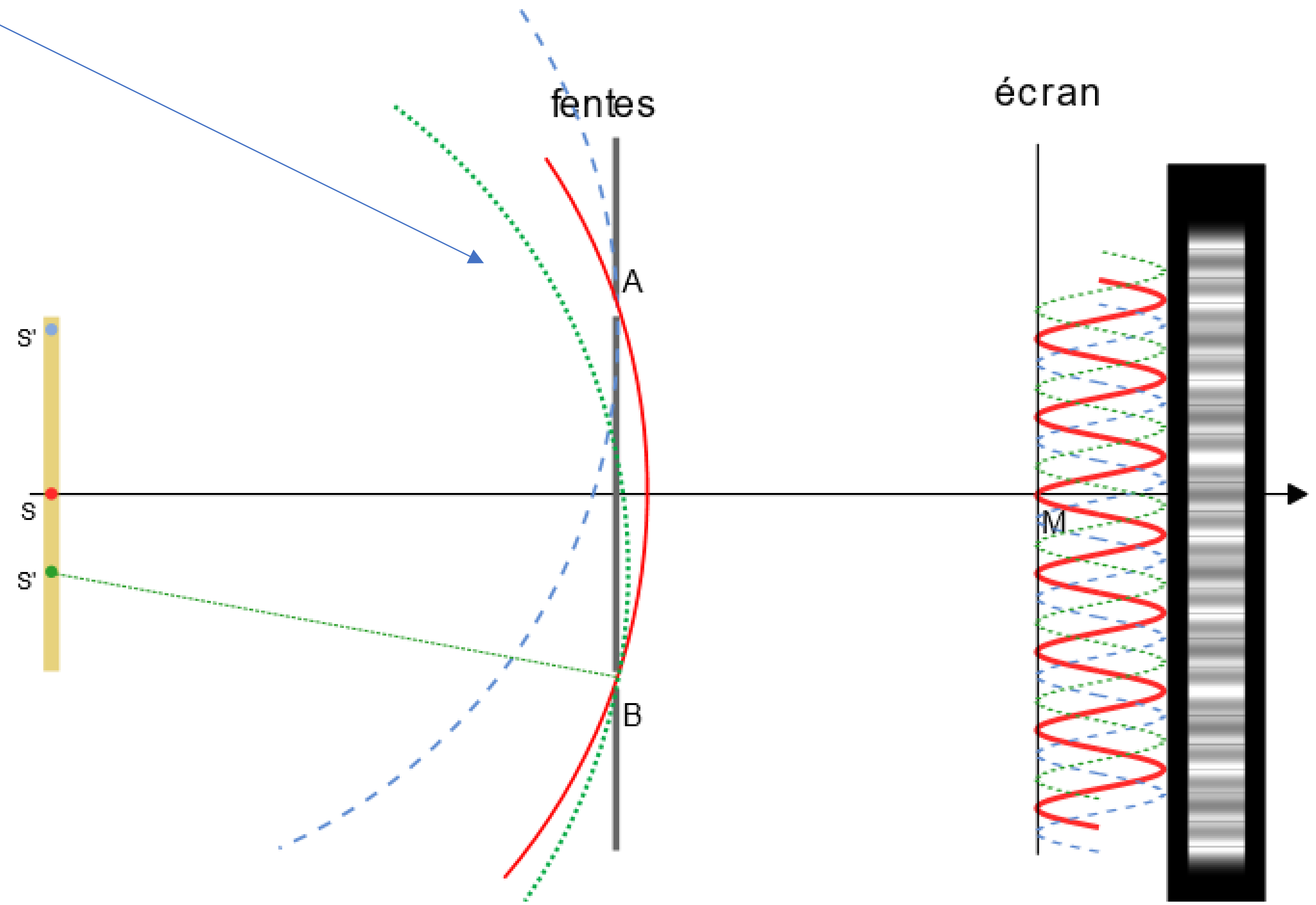


Les ondelettes sont plus en phase les unes par rapport aux autres

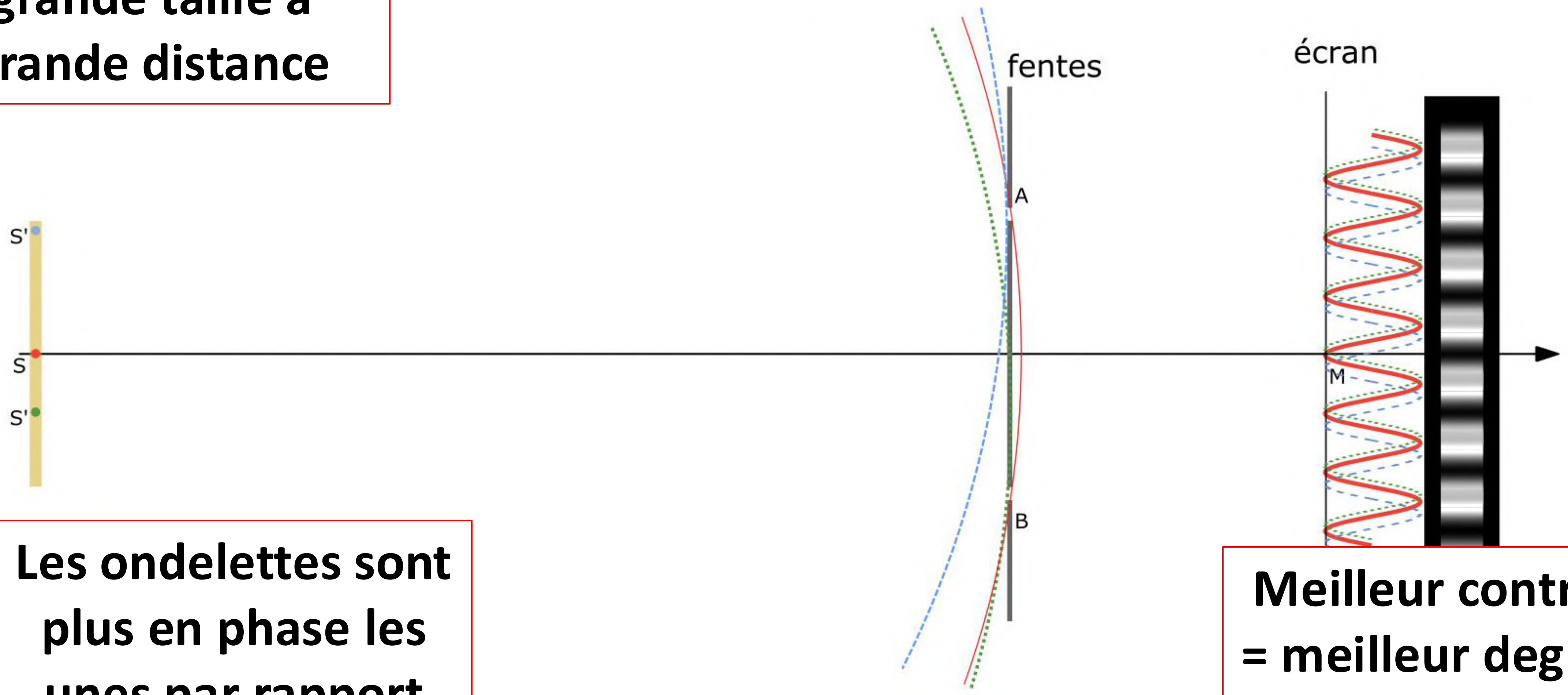
Meilleur contraste = meilleur degré de cohérence spatiale entre A et B

Limiter le décalage des systèmes de franges

-> remettre en phase du mieux possible ces ondelettes



Avec une source de grande taille à grande distance



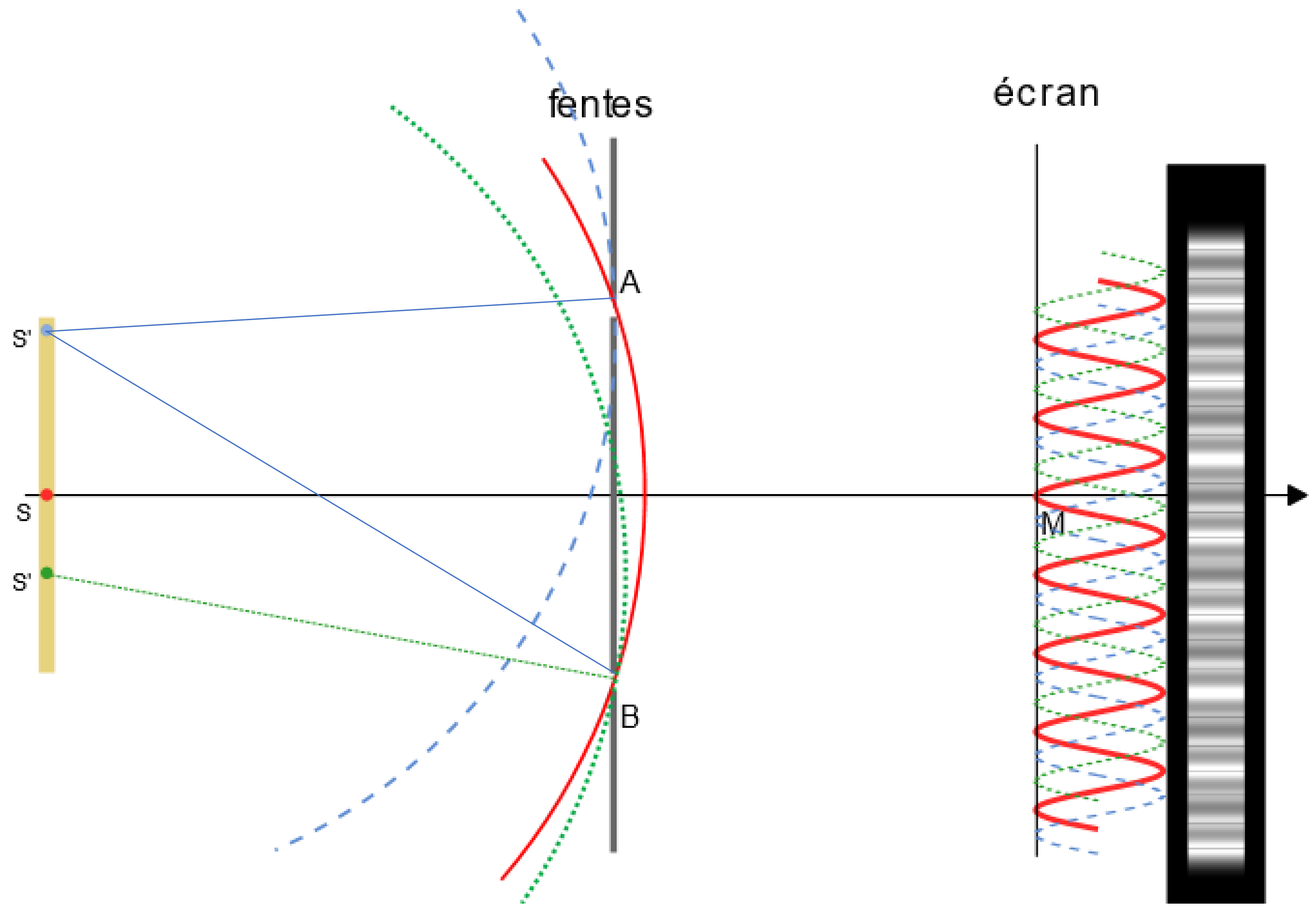
Les ondelettes sont plus en phase les unes par rapport aux autres

Meilleur contraste = meilleur degré de cohérence spatiale entre A et B

ALORS AU FOND, QUELLE PROPRIETE DE LA SOURCE EST FONDAMENTALE POUR LA COHERENCE SPATIALE ?

ALORS AU FOND, QUELLE PROPRIETE DE LA SOURCE EST FONDAMENTALE POUR LA COHERENCE SPATIALE ?

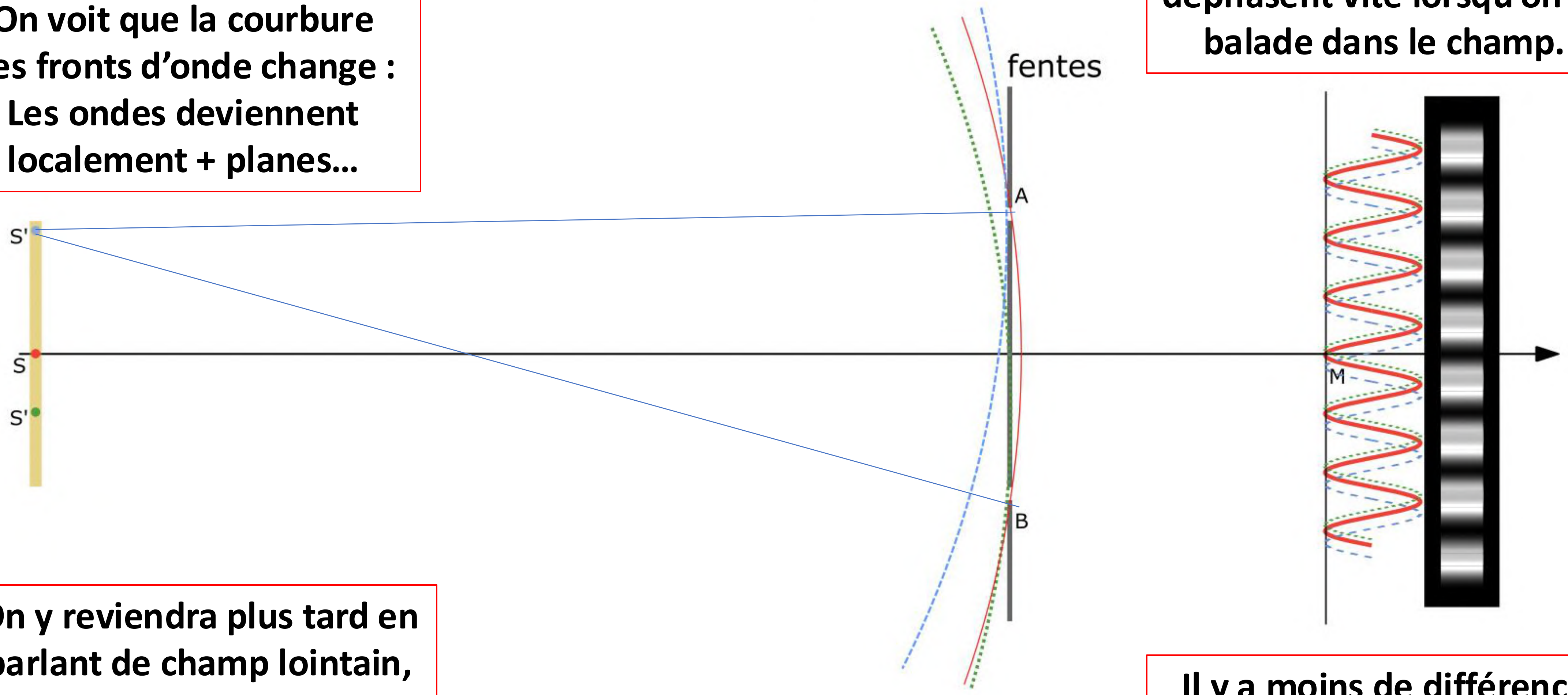
SA TAILLE <u>APPARENTE</u>



fentes
écran
S'
S
S'
A
B
M

On voit que la courbure des fronts d'onde change : Les ondes deviennent localement + planes...

Plus il y a de courbure, plus les fronts d'onde se déphasent vite lorsqu'on se balade dans le champ.



On y reviendra plus tard en parlant de champ lointain, de diffraction de Fraunhofer etc...

Il y a moins de différence d'inclinaison entre rayons pour une source de faible taille apparente

Théorème de Van-Cittert Zernike :

$$\gamma_{\mathrm{AB}}(a) = \frac{\left| \int_\Sigma \mathcal{I}(\theta_S) e^{2i\pi \frac{a\theta_S}{\lambda}} d\theta_S \right|}{\int_\Sigma \mathcal{I}(\theta_S) d\theta_S} = \frac{|\tilde{\mathcal{I}}(\frac{a}{\lambda})|}{I_{\mathrm{tot}}}$$

Degré de cohérence spatiale entre deux points séparés de a

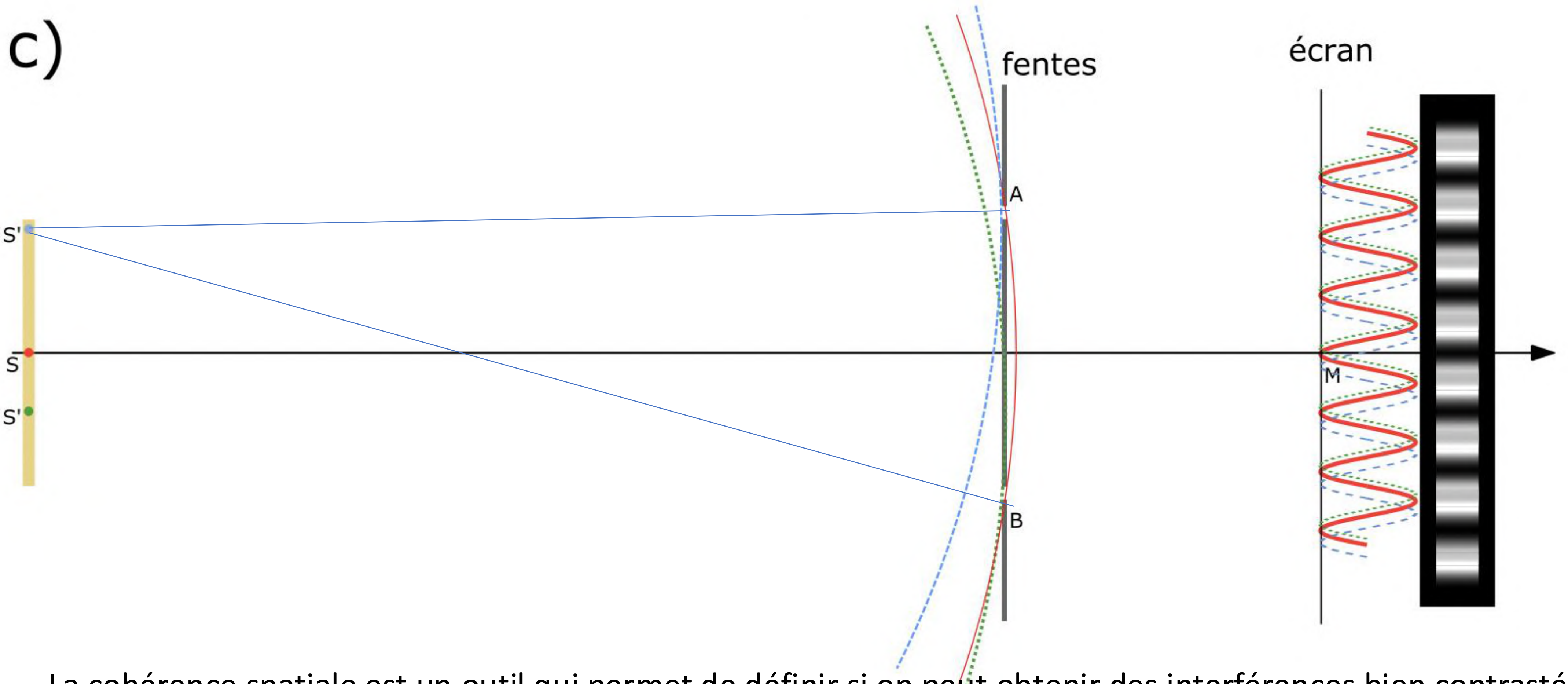
TF de la distribution ***angulaire*** d'intensité de la source prise au point a/lambda

Réciprocité de la TF :

une source angulairement étendue donnera une TF étroite, donc potentiellement des valeurs faibles au point a/lambda.

Une source de petit diamètre apparent maintient de la cohérence spatiale entre les champs générés séparés d'une grande distance

Une source rigoureusement ponctuelle permet d'avoir une cohérence spatiale parfaite dans tout l'espace.



La cohérence spatiale est un outil qui permet de définir si on peut obtenir des interférences bien contrastées.

Faire des interférences bien contrastées est un moyen de diriger la lumière dans l'espace, de contrôler sa propagation (vers les franges brillantes, en évitant les directions des franges sombres) !

Une application : interférométrie stellaire

Comment mesurer le diamètre d’une étoile à partir d’une mesure de contraste ?

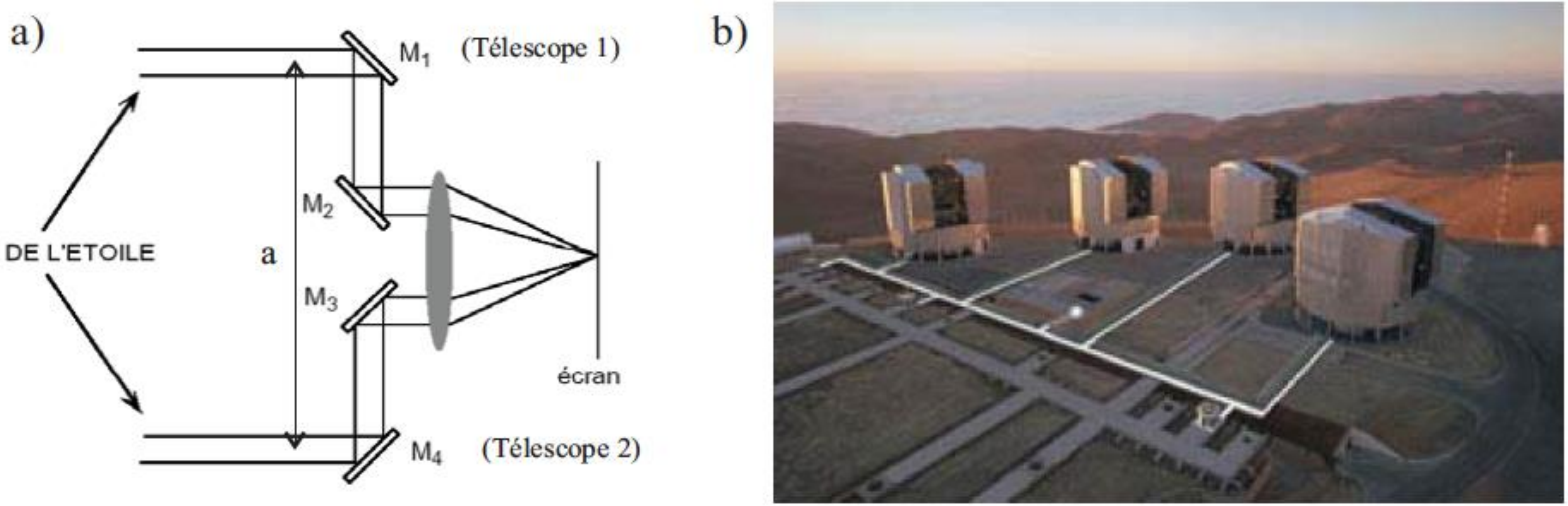


Figure 3: *(a) Principe de l'interférométrie stellaire. (b) Téléscopes en série du VLTI (Chili).*

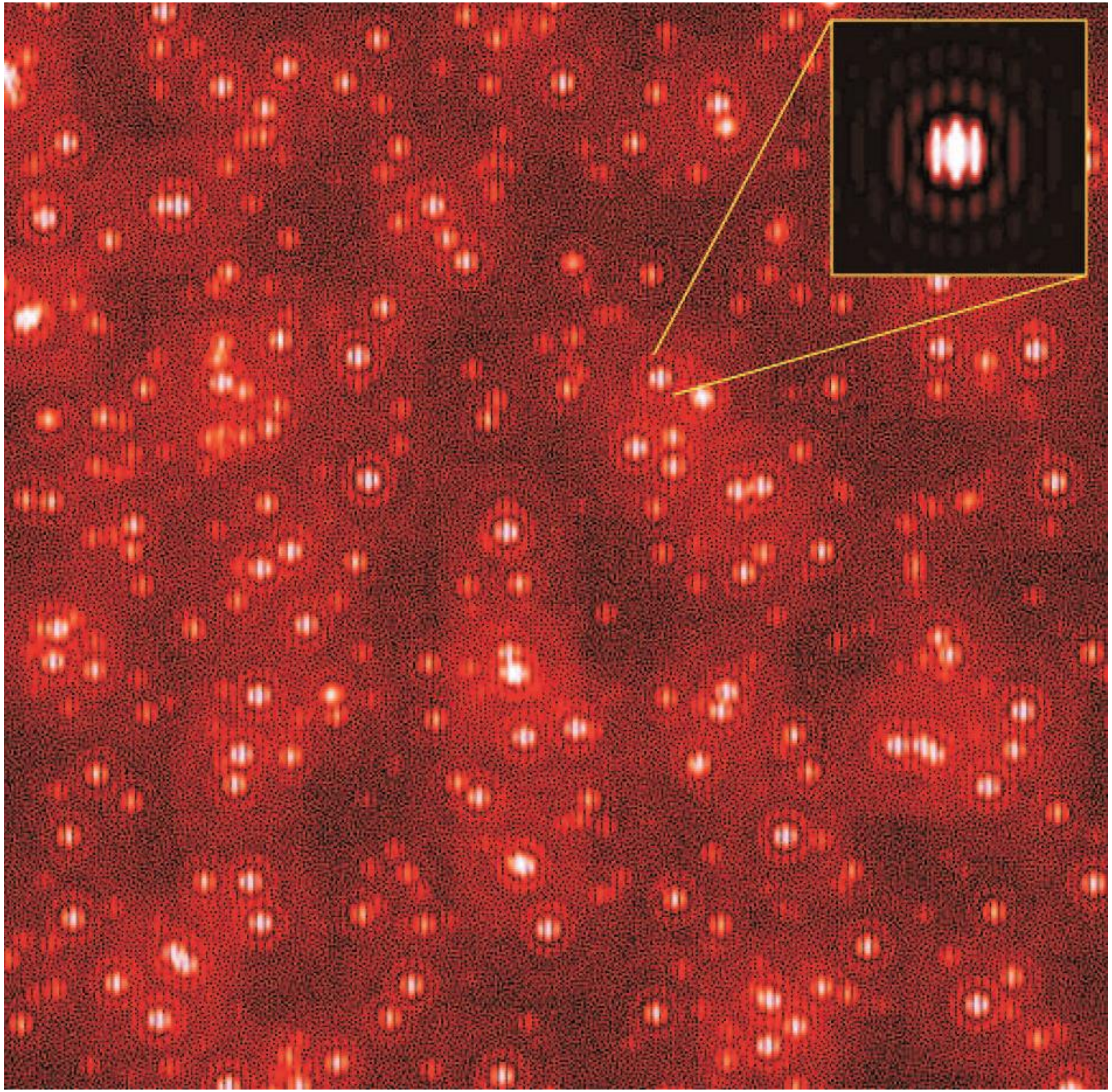


Image d’une source quasi-ponctuelle (étoile à l’infini)
= tache d’Airy
= motif circulaire avec des anneaux

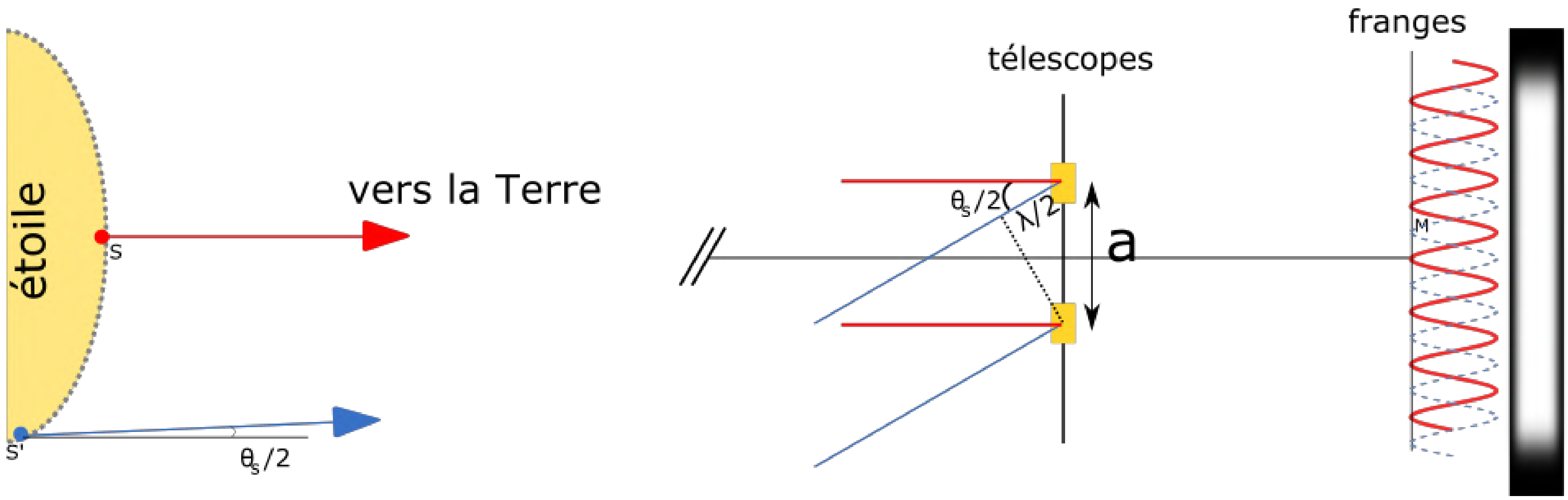
Interférométrie stellaire
= franges rectilignes dans la tache d’Airy
= interférences à deux ondes entre les deux télescopes

Contraste des franges variables en fonction de l’écartement des trous et de la taille apparente des objets !

A vous de jouer !

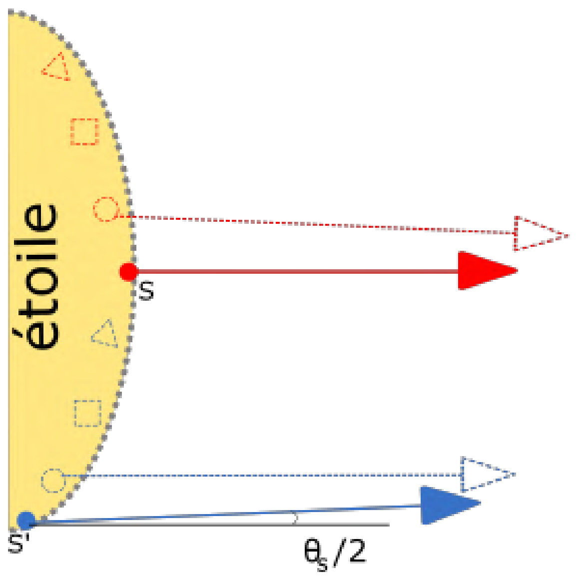
Faites la partie C.

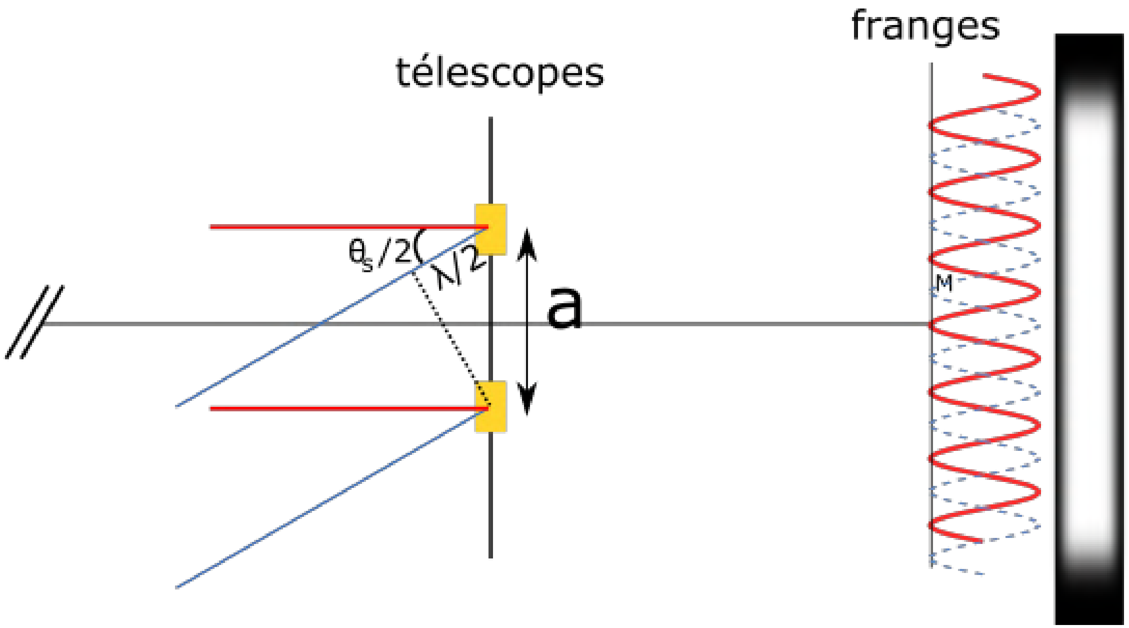
Pour une certaine valeur de a (= distance séparant les deux télescopes), on peut se retrouver dans cette situation :



Les franges générées par un point au centre de l'étoile et un point au bord **se compensent parfaitement** (franges décalées d'une demi-onde)

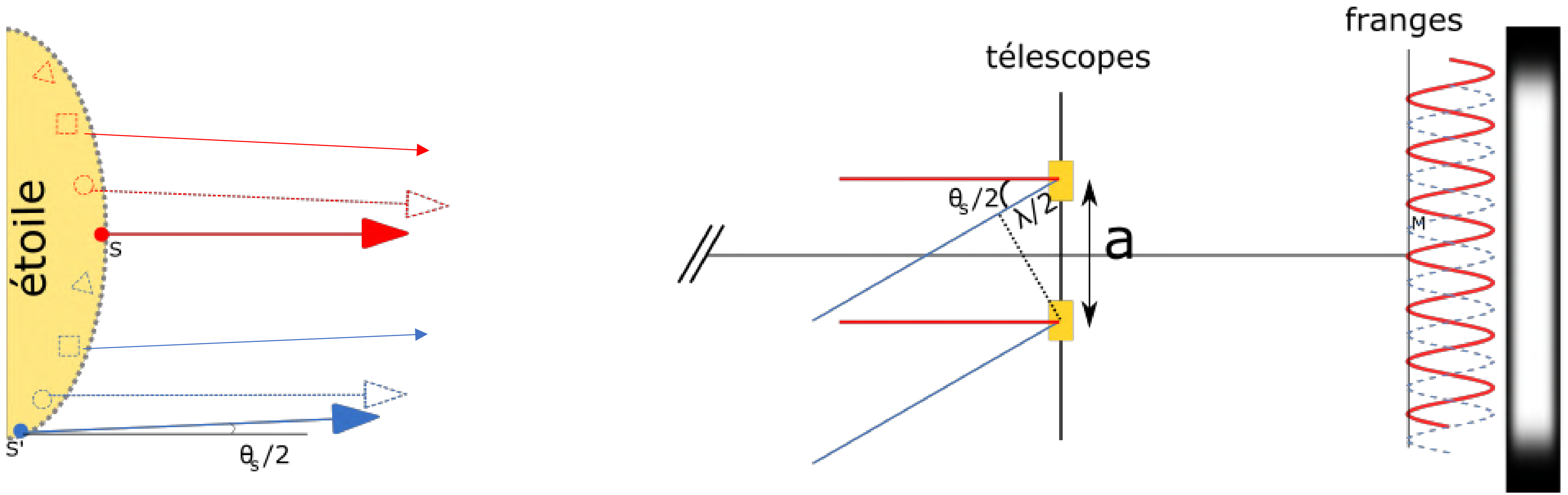
Le contraste des franges résultantes pour ces deux points **est nul.**





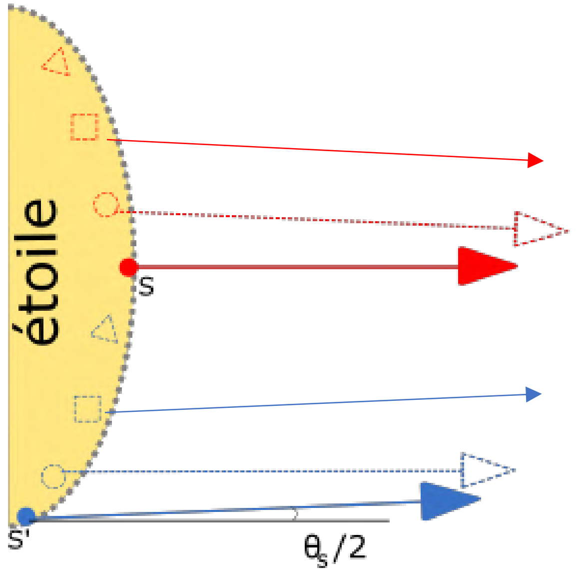
On peut associer les points de la source **deux à deux** de cette manière.
(une technique qu'on réutilisera plus tard)

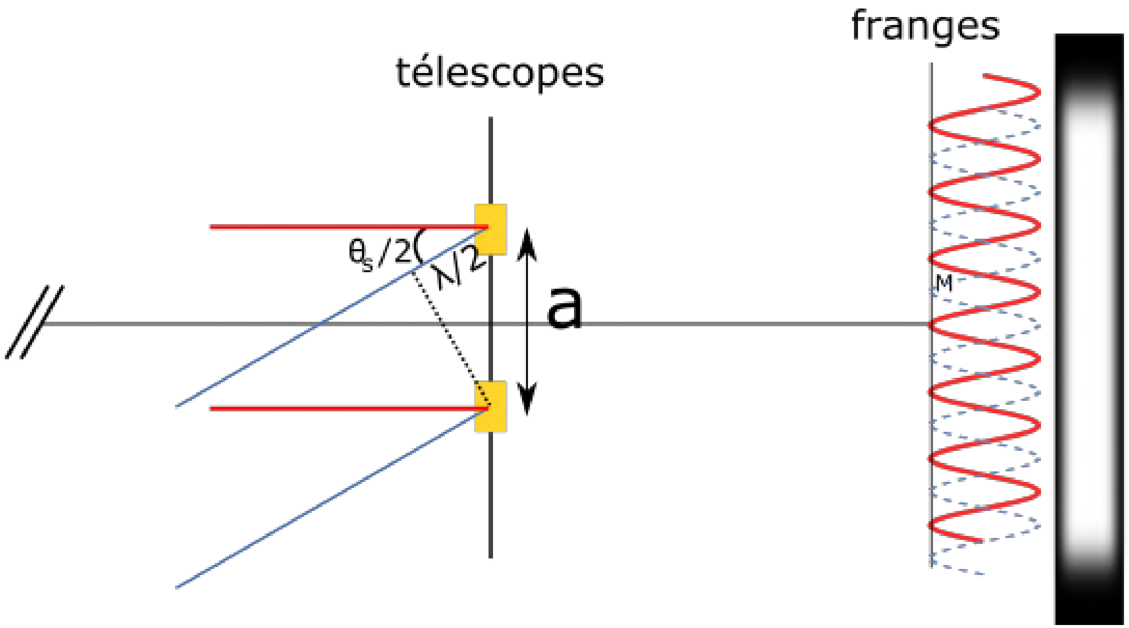
Pour chaque paire de points le contraste est nul.



On peut associer les points de la source **deux à deux** de cette manière.
(une technique qu'on réutilisera plus tard)

Pour chaque paire de points le contraste est nul.





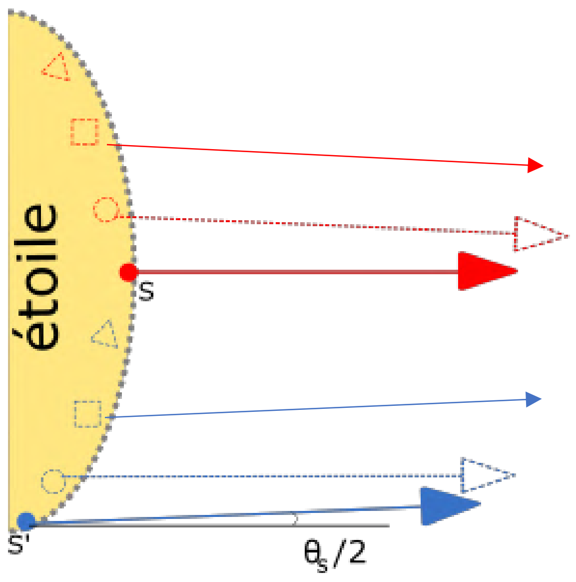
Au final, le contraste des franges en considérant tous les points de l'étoile entière peut être annulé pour une certaine valeur de **a.**

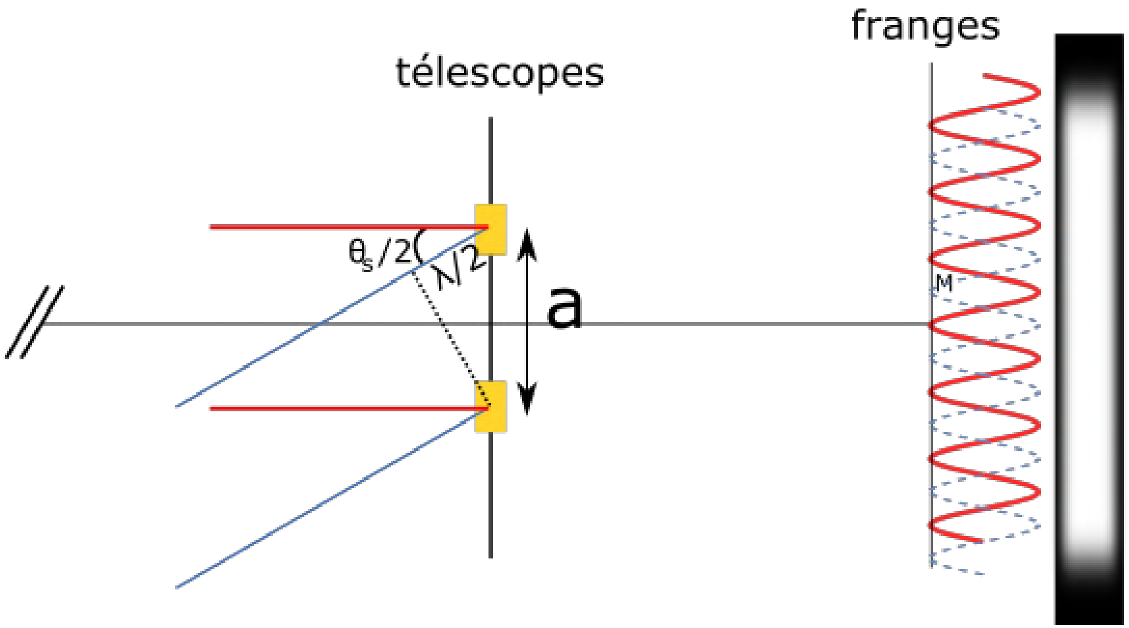
On a un « Brouillage parfait des franges ».

A vous de jouer !

Faites la partie C.

$$\boxed{\Delta ps = \frac{a\Delta\theta}{\lambda} = 1}$$





Au final, le contraste des franges en considérant tous les points de l’étoile entière peut être annulé pour une certaine valeur de **a.**

On a un « Brouillage parfait des franges ».

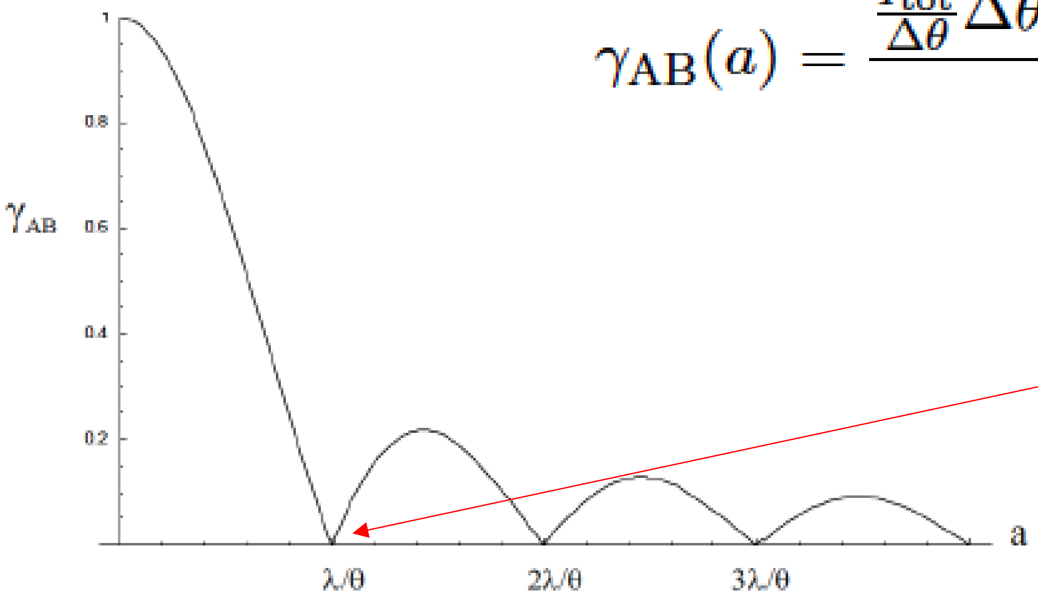
Théorème de Van-Cittert Zernike :

$$\gamma_{AB}(a) = \frac{|\int_\Sigma \mathcal{I}(\theta_S) e^{2i\pi \frac{a\theta_S}{\lambda}} d\theta_S|}{\int_\Sigma \mathcal{I}(\theta_S) d\theta_S} = \frac{|\tilde{\mathcal{I}}(\frac{a}{\lambda})|}{I_{tot}}$$

Modèle d'étoile au profil d'intensité rectangulaire :

$$\mathcal{TF}\left(\mathrm{rect}\left(\frac{x}{x_0}\right)\right)_u = x_0\ \mathrm{sinc}(\pi u x_0)$$

$$\gamma_{AB}(a) = \frac{\frac{I_{tot}}{\Delta\theta}\Delta\theta|\mathrm{sinc}(\pi\frac{a}{\lambda}\Delta\theta)|}{I_{tot}} = |\mathrm{sinc}(\pi\frac{a}{\lambda}\Delta\theta)|$$



C'est l'annulation dont on parle. En pratique, on change l'espacement des (miroirs de) télescopes jusqu'à atteindre ce point.

$$\boxed{\Delta ps = \frac{a\Delta\theta}{\lambda} = 1}$$

$$\boxed{\Delta ps = \frac{a\Delta\theta}{\lambda} = 1}$$

Pour observer des franges :

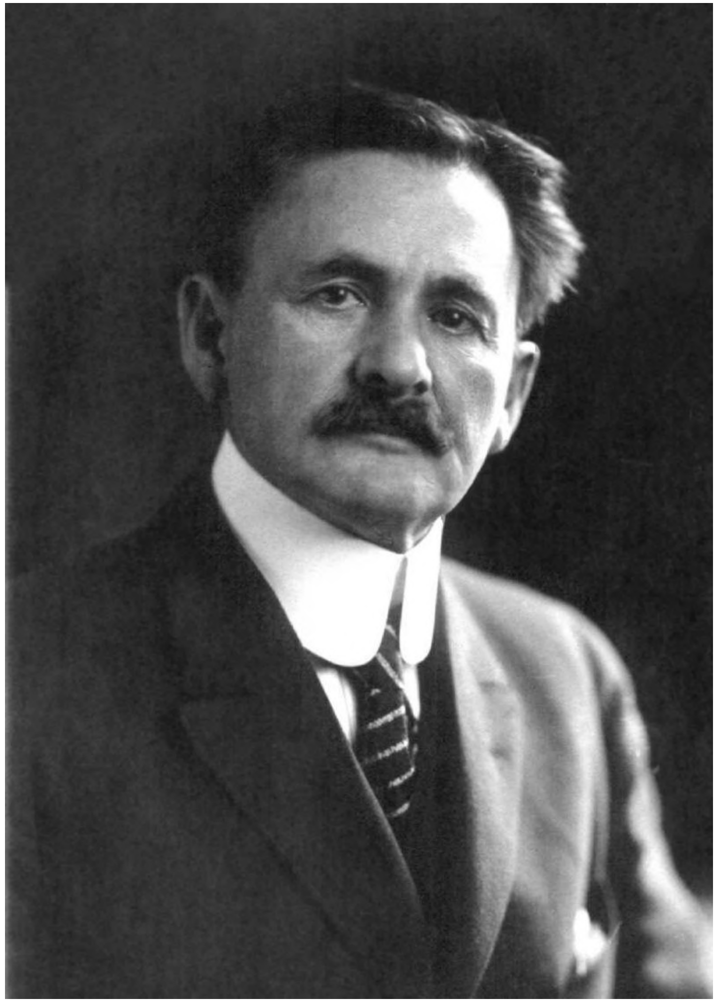
- **Avec le Soleil (source pas si ponctuelle)**
  Diamètre angulaire : 8,5 mrad -> fentes séparées de moins de 60 microns

- **Avec la Lune : pareil enfin !**

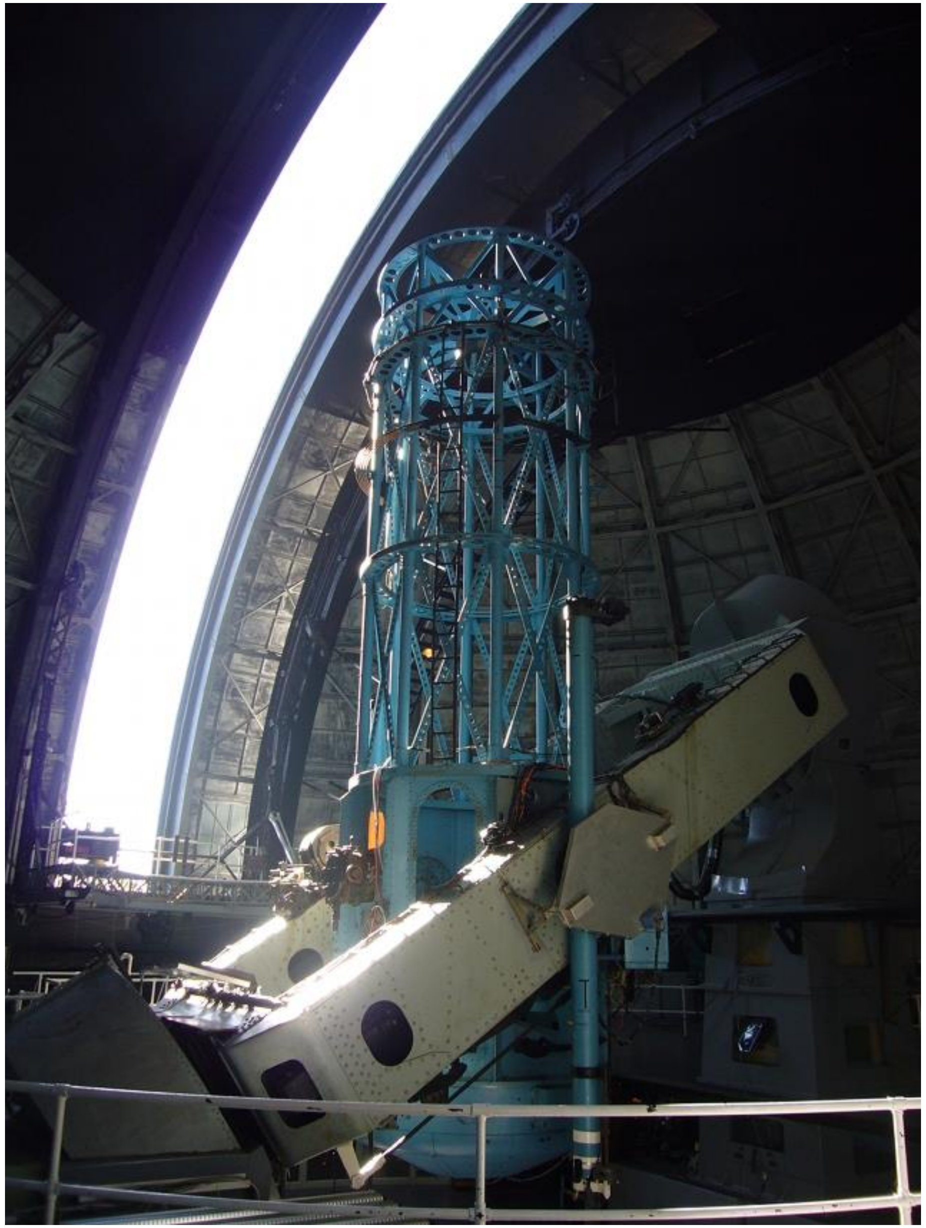
- **Avec Bételgeuse :**
  contraste nul pour séparation de miroirs de 8m-> diamètre de 0,05’’

ETC….

En pratique…

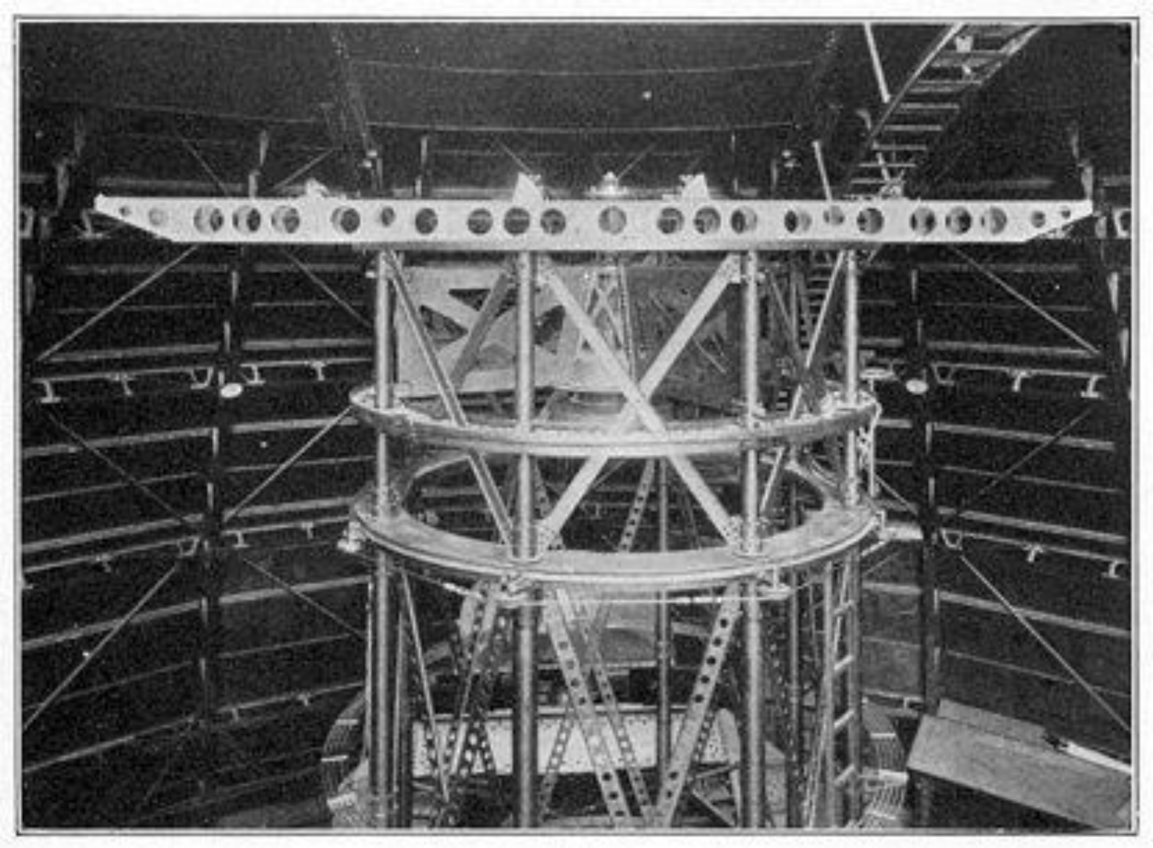


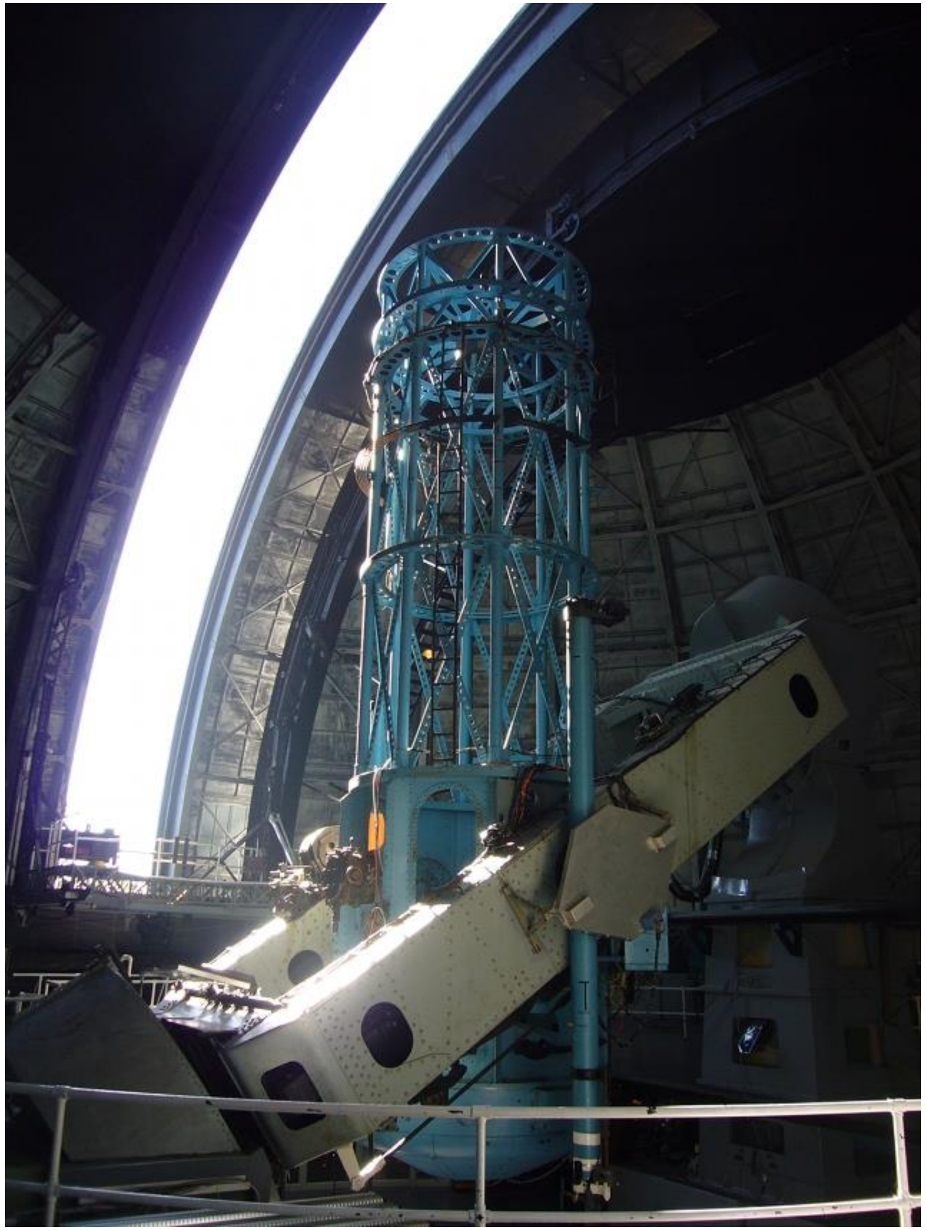
Michelson



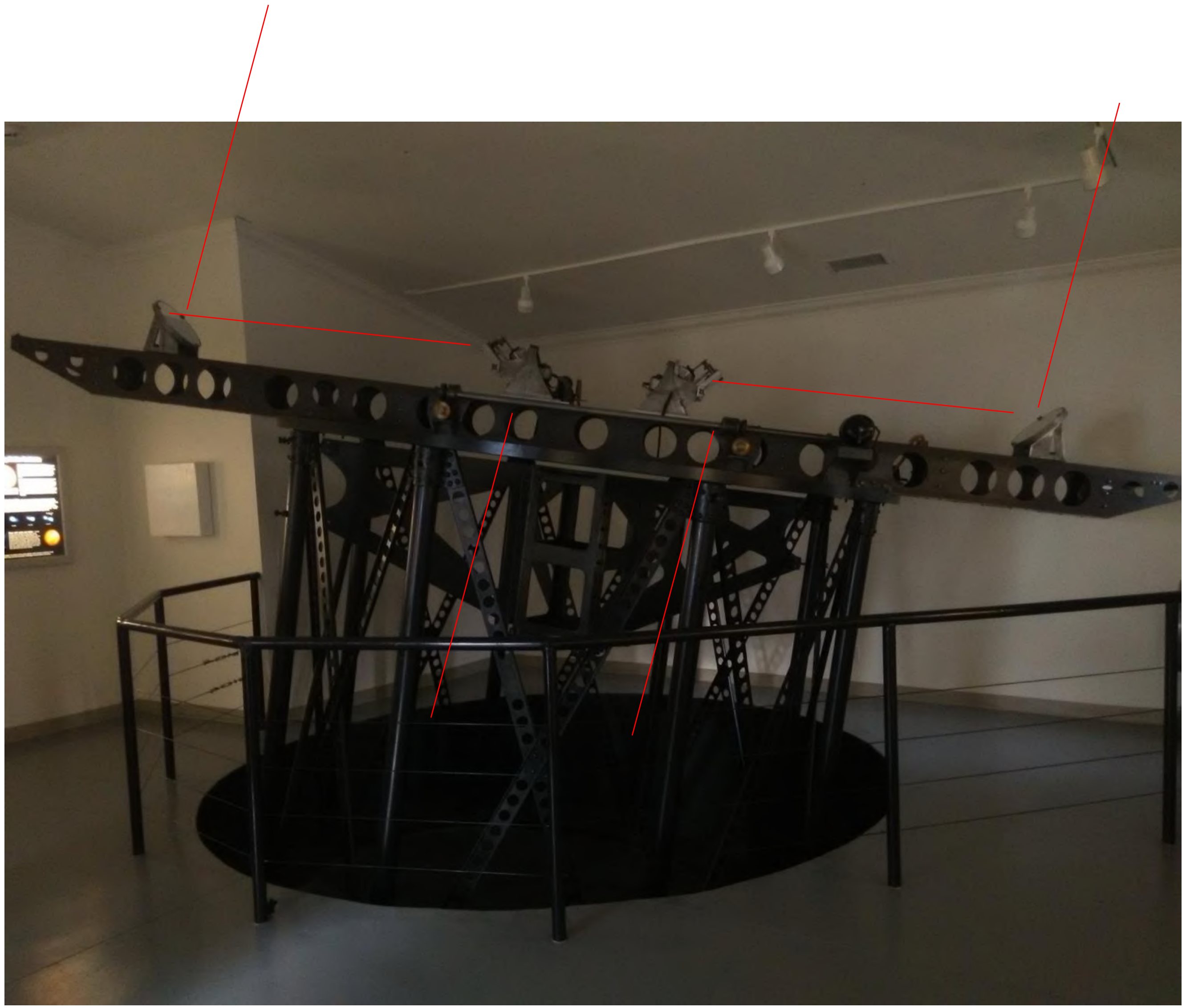
Télescope de 100’’ de l’observatoire du Mt Wilson

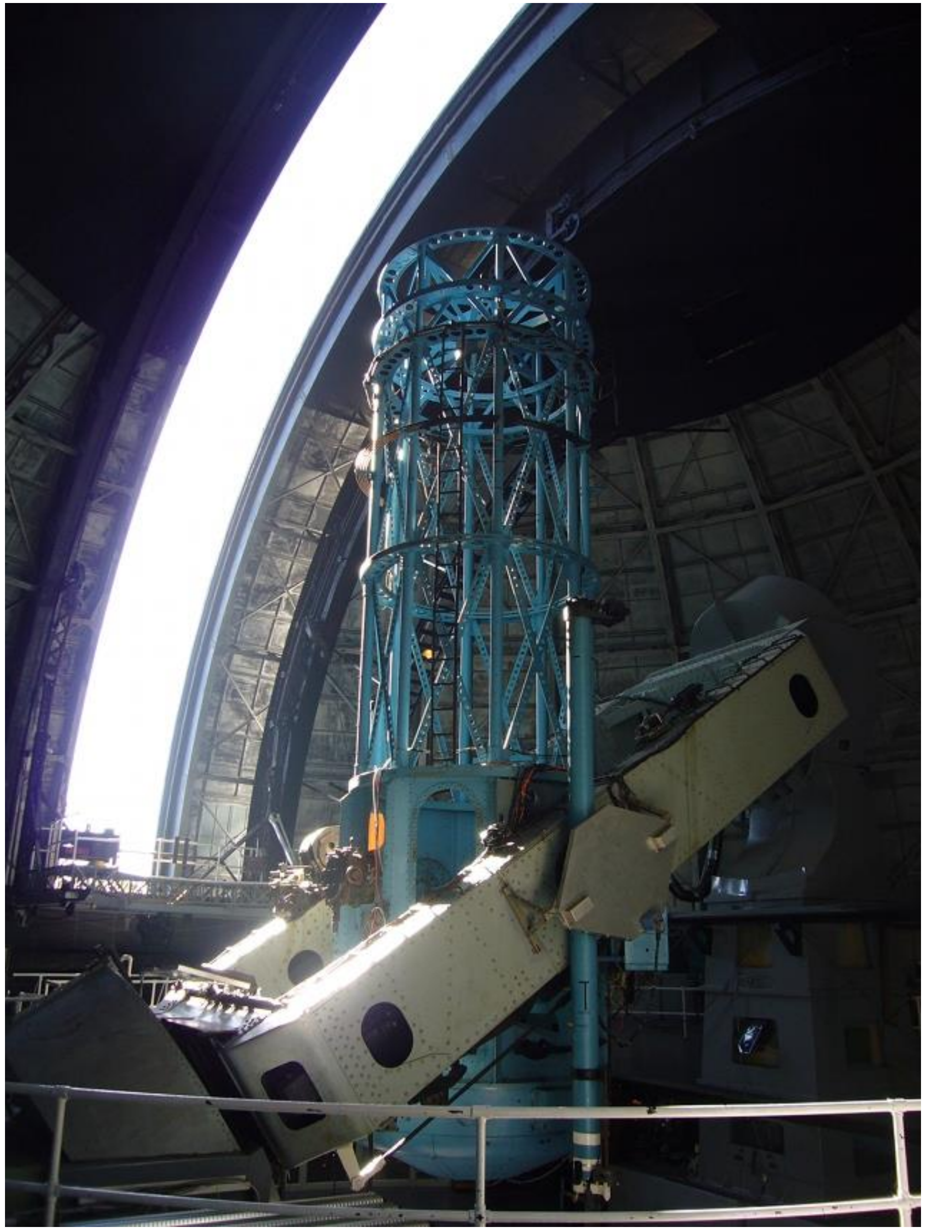
En pratique…



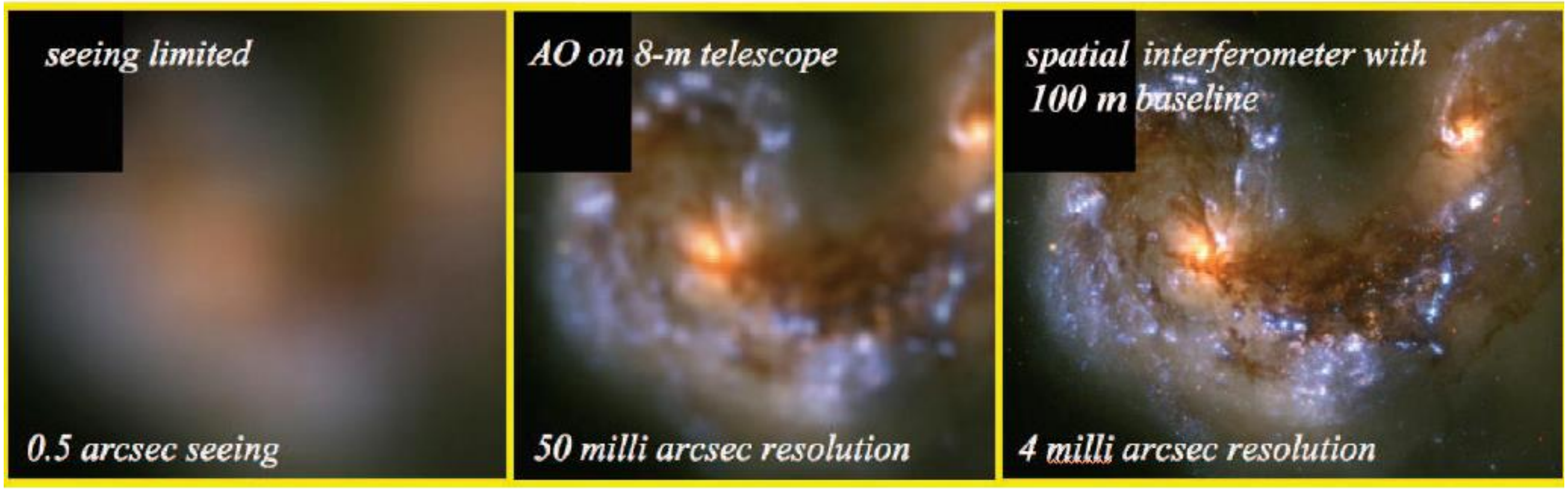


En pratique…



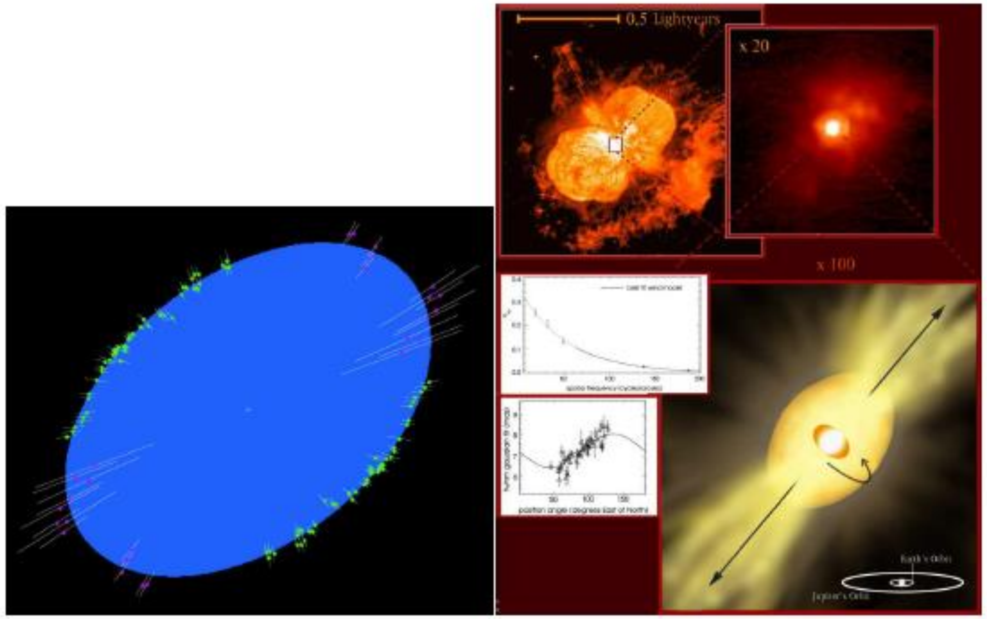


On peut également multiplier les mesures et recombiner les images pour booster la résolution des télescopes usuels :



Pour aller plus loin…20 pages

Introduction to Spatial Interferometry



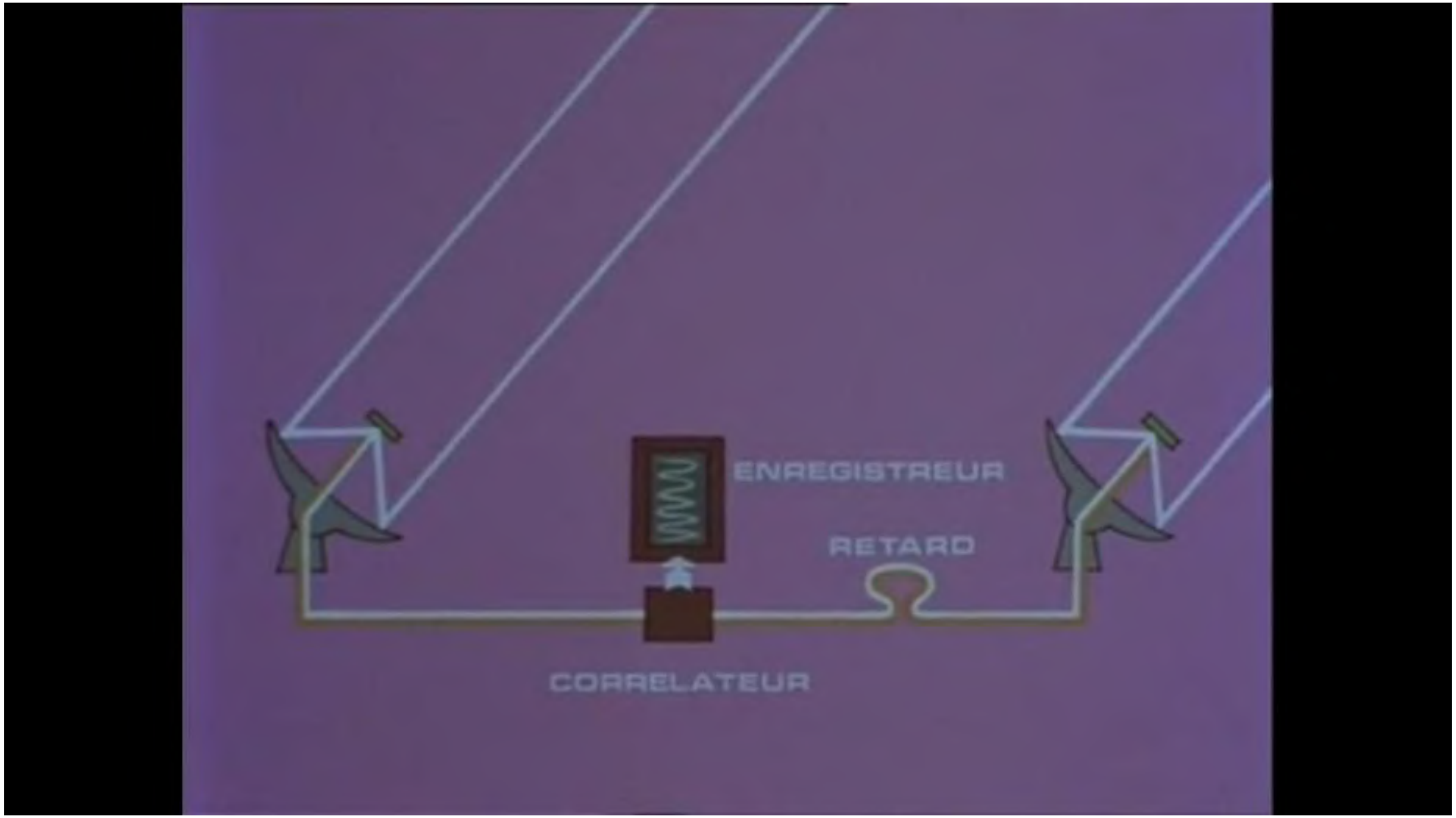
Andreas Glindemann

ESO Garching

Tapez le titre dans Google

Pour aller plus loin…une vidéo sur Dailymotion

Interferences en astronomie optique ou interferometrie stellaire dans le visible

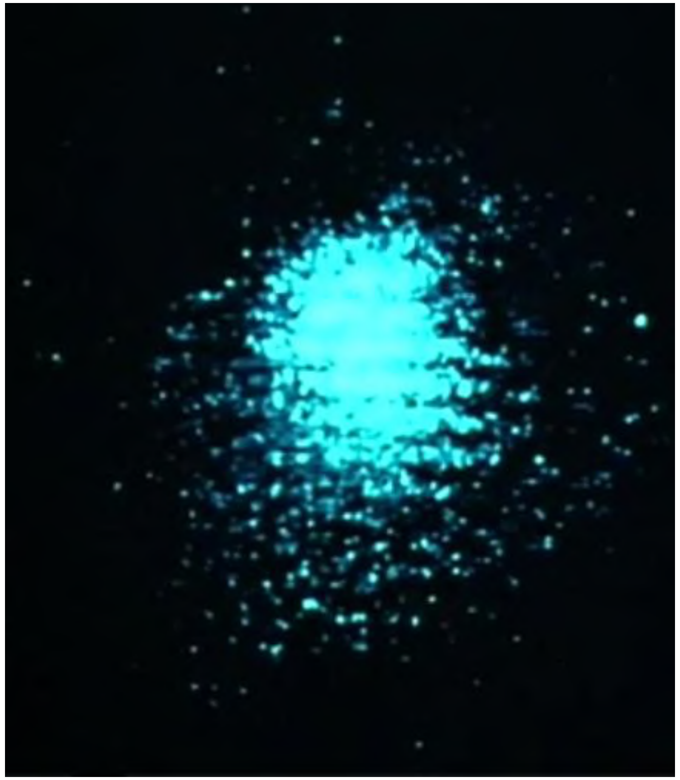


L'interférométrie stellaire, l'œuvre d'un SupOp

Antoine Labeyrie, (ESO 65),
géant de l'astronomie mondiale
Prof émérite au collège de France…

Le premier à avoir obtenu des franges avec des télescopes…séparés !
(mesures sur Vega)

Deux télescopes de 25cm, équivalents à un télescope de…12m de diamètre !!!



Révolution dans l'astronomie. Le VLTI (VLT en mode interféro) permet d'atteindre des résolutions équivalentes à un télescope…de 200m de diamètre

A retenir :

- **Le degré de cohérence spatiale mesure la corrélation statistique des champs électriques entre deux points distincts de l’espace**

- **Des champs corrélés (relation de phase fluctuant peu) génèrent des franges bien contrastées (c’est par le contraste qu’on mesure le degré de cohérence)**

- **Théorème de VCZ : une source de faible diamètre apparent génère des champs corrélés sur de larges distances et vice-versa -> des applications très concrètes**

C’est tout pour aujourd’hui !

Merci d’avoir assisté à ce TD !

Portez-vous bien et à bientôt.
BV

benjamin.vest@institutoptique.fr