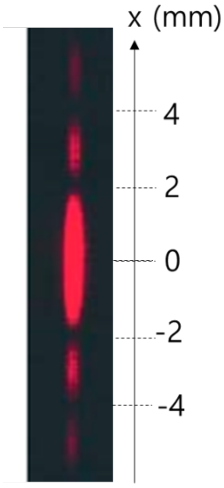
Nom :

Prénom :

Feuille d'exercices n°2

Chapitre 4 : Propagation et diffraction. Développement en ondes planes



(Difficulté : $**$). On éclaire un écran percé d'une fente avec la lumière issue d'une LED rouge à 600 nm, considérée comme monochromatique. L'écran opaque est situé dans le plan z = 0. La fente a une largeur L suivant x et on considère qu'elle est infinie suivant y. On observe sur un écran situé à z=50 cm la figure de diffraction ci-contre. On va essayer de remonter à la largeur de la fente à partir de mesures sur cette figure d'interférence. Pour tout le problème, on considère que l'on se place dans le plan y=0.

• En partant de l'eq. 4.10 du cours, écrivez l'expression intégrale du spectre en ondes planes dans le plan z=0 de la fente. On notera $E_0 = E(x, y, 0)$.

• Calculez cette intégrale et montrez que le résultat s'écrit : $\tilde{E}(\alpha, z = 0) = E_0 L sinc(\frac{\pi L}{\lambda}. sin\theta)$. On a noté θ l'angle entre le vecteur d'onde de la lumière diffractée et l'axe z. Donnez le lien entre α et $sin\theta$.

• Comment s'écrit le champ $E(x, y, z)$ en fonction de $\tilde{E}(\alpha, z = 0)$? Justifiez que l'expression obtenue est un « développement en ondes planes ». Que représente alors $\tilde{E}(\alpha, z = 0)$?

• On peut montrer que dans l'approximation de champ lointain (cf chapitre 7), le champ qui atteint l'écran est directement proportionnel à $\tilde{E}(\alpha, z = 0)$. En analysant la figure de diffraction et en utilisant directement le résultat précédent estimer la taille L de la fente utilisée.

(Difficulté : *). On reprend l'exemple de la fente dans un écran opaque de l'exercice précédent. Sans faire de calcul, décrivez ce que vous observeriez sur l'écran si :

- On réduisait la taille de la fente L.
- On réduisait la taille de la fente suivant l'axe y.
- Au lieu d'éclairer avec une LED rouge, on éclaire avec une LED bleue.
- On plongeait l'ensemble du montage dans l'eau.

Chapitre 5 : Fréquences spatiales, champ proche et champ lointain

1. Notion de fréquence spatiale

(Difficulté : *). • Écrivez l'expression du champ d'une onde plane monochromatique, polarisée selon x, et se propageant dans le vide selon z dans le plan (x,z). Donnez la relation de dispersion de cette onde.

• On considère maintenant que la même onde se propage dans le plan (x,z) en faisant un angle θ avec l'axe z. Faites un dessin représentant le vecteur d'onde de cette nouvelle onde plane, et ses composantes selon x et z, que l'on notera k_x et k_z . Comment s'écrit désormais le champ de l'onde plane ? Donnez également la nouvelle relation de dispersion en faisant apparaître explicitement k_x et k_z.

• Réarrangez l'écriture du champ précédent, pour le faire apparaître comme celui d'une onde se propageant selon z, mais dont l'amplitude est modulée selon x.

• Quelle est la fréquence spatiale portée par cette onde ? Quel est le lien entre la fréquence spatiale et la direction de propagation de cette onde plane ? Reprenez l'expression générale du développement en ondes planes, et expliquez en quoi ce développement est une décomposition sur un spectre de fréquences spatiales.

2. Fréquences spatiales et limite de résolution des instruments

(Difficulté : *). Un principe d'optique appelé **principe de Babinet** stipule que *la figure de diffraction obtenue à partir d'un objet opaque est identique à celle obtenue à partir de son « conjugué »* : un obstacle rectangulaire opaque de taille L va donc donner la même diffraction qu'une fente de taille L (vous pouvez faire une rapide recherche sur internet pour trouver une démonstration très simple de ce principe). On va utiliser ce principe pour décrire le fonctionnement d'un microscope en termes de diffraction.

• Dans un microscope, un objet que l'on éclaire pour en faire l'image diffracte la lumière, de la même lumière qu'une fente de même taille. Les objectifs de microscope sont caractérisés par leur ouverture numérique NA = sin(θ) qui exprime le demi-angle de collection de l'objectif. En reprenant l'expression du spectre diffracté de l'exercice précédent, quelle doit être l'ouverture numérique nécessaire pour collecter le lobe principal diffracté par un objet de taille L ? On écrira le résultat comme une inégalité entre cette ouverture numérique et la taille de l'objet.

• En déduire la taille et la fréquence spatiale associée du plus petit objet que l'on pourra résoudre avec un microscope dans l'air. Pourquoi l'utilisation d'un objectif à immersion dans l'eau ou dans l'huile est intéressante de ce point de vue-là ?

• Qualitativement, que se passe-t-il si on observe avec un microscope un objet de taille L<< λ ? et si on observe deux objets de taille quelconque mais séparé d'une distance << λ ?

3. Ondes évanescentes

(Difficulté : *). • Reprenez le premier exercice de cette feuille, et considérez un angle de propagation proche de 90°. Quelle est la fréquence spatiale associée à cette onde ? On la notera $k_{x,max}$

• On considère maintenant que *l'onde plane a franchi un objet de phase qui a modulé son champ très rapidement*, selon x : elle transporte maintenant une fréquence spatiale $k_x > k_{x,max}$. Pouvez-vous associer une direction de propagation à l'onde comme précédemment ? Pourquoi ?

• En reprenant la relation de dispersion en fonction de k_x et k_z, quelle conséquence sur k_z voyez-vous apparaître si $k_x > k_{x,max}$?

• Comment appelle-t-on les ondes telles que $k_x > k_{x,max}$? En reprenant l'expression du champ électrique, expliquez le comportement de l'amplitude de cette onde juste après avoir franchi l'objet de phase. Justifiez que $k_{x,max}$ est une « fréquence de coupure ».

4. Introduction à l'Optique de Fourier. Filtrage des fréquences spatiales

(Difficulté : $**$). On considère un montage de corrélateur 4f, tel que celui décrit dans le cours. La direction de propagation sera noté z, et on s'intéressera uniquement à la dimension transverse x. Dans le plan focal objet de la première lentille, on place un objet de transmission $t(x) = (1 + m\cos(2\pi x/p))/2$, avec m<1. L'objet est éclairé par une onde plane monochromatique se propageant selon z.

• Quel nom donneriez-vous à cet objet ?

• On cherche à déterminer la distribution de lumière dans le plan intermédiaire situé entre les deux lentilles, puis la distribution dans le plan final, soit le plan focal image de la seconde lentille. Décrivez-les d'abord à l'aide d'arguments simples tirés de vos cours d'optique physique et d'optique géométrique.

• Ecrivez le champ électrique juste après la traversée de l'objet. Quelles sont les fréquences spatiales contenues dans le champ ? Retrouvez vos résultats de la question précédente à l'aide d'arguments sur les fréquences spatiales et la notion de plan de Fourier.

• On considère m<<1, de telle sorte que la modulation d'amplitude est très peu contrastée. On souhaite restaurer un contraste important par une opération dans le plan de Fourier. Que suggérez-vous de faire ? (Vous pouvez vous aider d'un ancien TD d'Optique Physique) Quelle opération est effectuée sur le spectre en fréquences spatiales de l'objet ? Ecrivez la nouvelle distribution de lumière dans le plan final. Comment s'appelle cette technique ?

<u>Passerelle avec le TP détramage</u>

Cette fois, on place une diapositive transparente (contenant une photo quelconque) juste avant l'objet de transmission t(x), et on éclaire toujours par une onde plane monochromatique. Ainsi, la modulation sinusoïdale (que l'on appelle ici une trame) se superpose à l'image.

• Que pouvez-vous dire très qualitativement de la distribution de lumière dans le plan intermédiaire maintenant que la diapositive est en place ?

• En agissant dans le plan de Fourier, proposez une méthode dite de détramage, permettant d'observer l'image initiale non perturbée par la modulation dans le plan final. A quoi devez-vous faire attention pour préserver autant que possible la qualité de l'image initiale ?

Les niveaux de gris d'une image imprimée sont souvent rendus en utilisant ces techniques de trame (ou screentone en anglais), qui consistent à utiliser des points noirs avec une densité variable. Observez Scott Pilgrim en vous rapprochant et en vous éloignant de l'image. Commentez votre perception de la trame dans les zones grisées. Puis placez-vous à une distance où la trame est perceptible, et plissez les yeux. Là encore, commentez. En considérant votre œil comme une lentille avec pupille collectant les ondes diffractées depuis l'image, proposez une explication de vos observations.