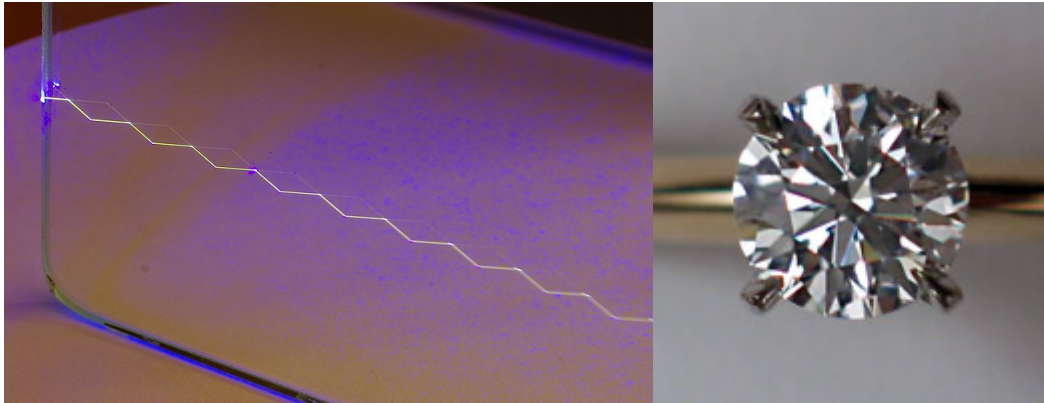


Feuille d'exercices

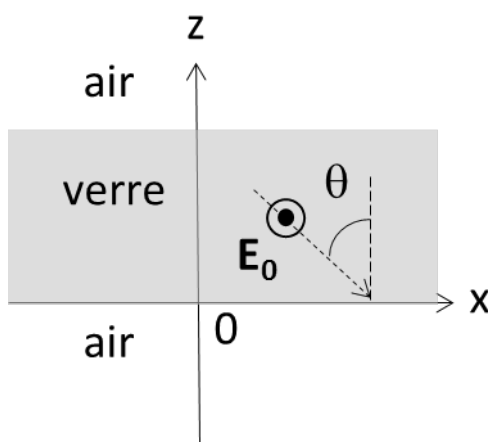
Chapitre 10 et 11 :

Réflexion totale et ondes évanescentes

(Difficulté : **).



Le phénomène de réflexion totale s'observe dans certaines conditions lorsque la lumière se propage dans un milieu d'indice n , entouré de milieux d'indices plus faibles. Vous pouvez voir une illustration sur les figures ci-dessus ((gauche) laser bleu se propageant dans une plaque de verre. (droite) réflexion du diamant). On va essayer dans cet exercice d'expliquer ce que l'on voit dans ces deux photos.



Pour modéliser la réflexion totale, on considère une lame de verre d'indice $n = 1.5$ entre deux demi-espaces d'air. Une onde plane monochromatique, polarisée suivant y et d'amplitude E_0 , se propage suivant x dans le verre, en faisant un angle $\theta = 45^\circ$ avec la normale aux interfaces.

1. Donner l'expression du champ \mathbf{E} dans le verre. On notera : $\alpha_v = nk \sin \theta$ et $\gamma_v = nk \cos \theta$. Comment s'écrit la relation de dispersion dans ce milieu ?
2. Avec t le facteur de transmission en amplitude du verre vers l'air, écrire l'expression du champ \mathbf{E} dans l'air en notant α_a et γ_a les coefficients de propagation suivant x et z .
3. On admettra que les relations de continuité aux interfaces (que l'on verra ensemble) imposent $\alpha_a = \alpha_v$. Montrer que la relation de dispersion dans l'air s'écrit : $\gamma_a^2 = k^2(1 - n^2 \sin^2 \theta)$.

En déduire l'angle d'incidence minimal θ_{min} pour avoir un coefficient de propagation suivant z imaginaire pur. Dans le cas étudié ($\theta = 45^\circ$), réécrire le champ dans l'air en faisant apparaitre une décroissance exponentielle en z.

Quelle est la nature de l'onde plane que vous obtenez dans le verre dans ces conditions ?

- 4. Le facteur de réflexion à l'interface verre-air s'écrit en toute rigueur avec les composantes des vecteurs d'onde des ondes incidente et réfléchies. Il vaut $r = (\gamma_v - \gamma_a) / (\gamma_v + \gamma_a)$.
 - a. Calculer $|r|$. En quoi la valeur obtenue explique-t-elle ce que l'on voit sur la photo de gauche au début de l'exercice ?
 - b. L'indice du diamant vaut environ 2.45 dans le visible. Comment cela permet de comprendre la 'brillance' du diamant ?
 - c. A quelle distance z de l'interface, l'amplitude du champ a diminué d'un facteur 2 ?

Equations de Maxwell dans la matière

(Difficulté : *). On part des équations de Maxwell dans la matière et du fait que : $\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}$ et $\mathbf{H} = \mathbf{B} / \mu_0 \mu_r$

1. Montrez que l'équation d'onde pour le champ \mathbf{E} s'écrit :

$$\Delta \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \mu_r \epsilon_r \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = 0$$

(Utilisez la relation : $\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \Delta \mathbf{E}$)

2. Si on suppose un milieu non-magnétique ($\mu_r = 1$), quel est le lien entre la partie réelle et imaginaire de la permittivité et la partie réelle et imaginaire de l'indice de réfraction ?
3. En allant sur *refractiveindex.nfo*, calculez à 550 nm, la permittivité du verre BK7 (menu GLASS) et de l'argent Ag (menu MAIN). Remarquez pour ce dernier que la permittivité réelle est négative.
