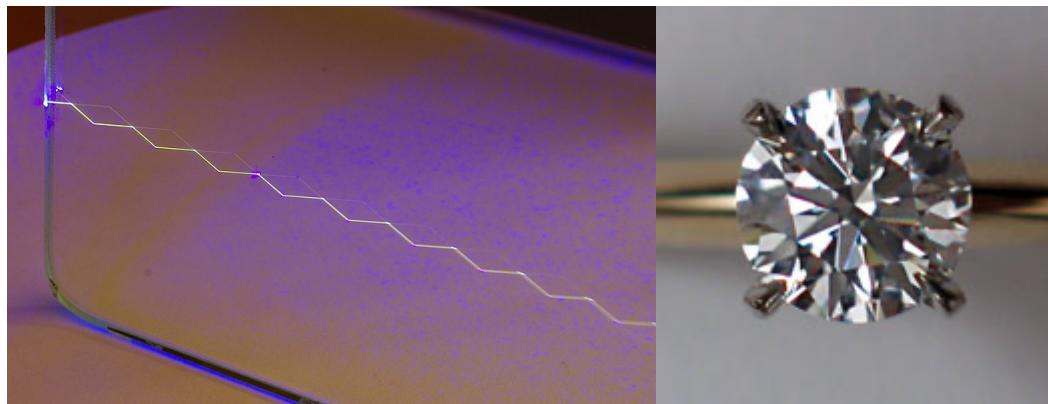


Feuille d'exercices

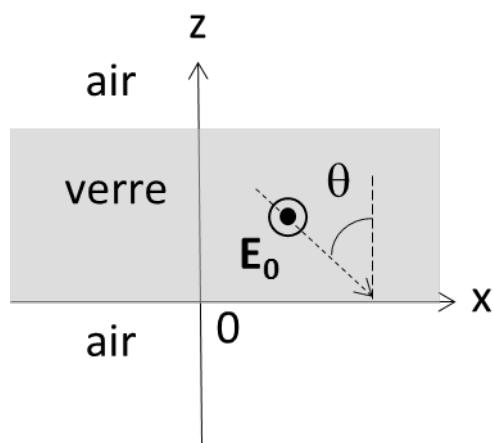
Chapitre 10 et 11 :

Réflexion totale et ondes évanescentes

(Difficulté : **).



Le phénomène de réflexion totale s'observe dans certaines conditions lorsque la lumière se propage dans un milieu d'indice n , entouré de milieux d'indices plus faibles. Vous pouvez voir une illustration sur les figures ci-dessus ((gauche) *laser bleu se propageant dans une plaque de verre*. (droite) *réflexion du diamant*). On va essayer dans cet exercice d'expliquer ce que l'on voit dans ces deux photos.



Pour modéliser la réflexion totale, on considère une lame de verre d'indice $n = 1.5$ entre deux demi-espaces d'air. Une onde plane monochromatique, polarisée suivant y et d'amplitude E_0 , se propage suivant x dans le verre, en faisant un angle $\theta = 45^\circ$ avec la normale aux interfaces.

1. Donner l'expression du champ **E dans le verre**. On notera : $\alpha_v = nk \sin \theta$ et $\gamma_v = nk \cos \theta$. Comment s'écrit la relation de dispersion dans ce milieu ?
2. Avec t le facteur de transmission en amplitude du verre vers l'air, écrire l'expression du champ **E dans l'air** en notant α_a et γ_a les coefficients de propagation suivant x et z .
3. On admettra que les relations de continuité aux interfaces (que l'on verra ensemble) imposent $\alpha_a = \alpha_v$. Montrer que la relation de dispersion dans l'air s'écrit : $\gamma_a^2 = k^2(1 - n^2 \sin^2 \theta)$.

En déduire l'angle d'incidence minimal θ_{min} pour avoir un coefficient de propagation suivant z imaginaire pur. Dans le cas étudié ($\theta = 45^\circ$), réécrire le champ dans l'air en faisant apparaître une décroissance exponentielle en z .

Quelle est la nature de l'onde plane que vous obtenez dans le verre dans ces conditions ?

4. Le facteur de réflexion à l'interface verre-air s'écrit en toute rigueur avec les composantes des vecteurs d'onde des ondes incidente et réfléchies. Il vaut $r = (\gamma_v - \gamma_a) / (\gamma_v + \gamma_a)$.

 - Calculer $|r|$. En quoi la valeur obtenue explique-t-elle ce que l'on voit sur la photo de gauche au début de l'exercice ?
 - L'indice du diamant vaut environ 2.45 dans le visible. Comment cela permet de comprendre la 'brillance' du diamant ?
 - A quelle distance z de l'interface, l'amplitude du champ a diminué d'un facteur 2 ?

Equations de Maxwell dans la matière

(Difficulté : *). On part des équations de Maxwell dans la matière et du fait que : $\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}$ et $\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu_0 \mu_r$

1. Montrez que l'équation d'onde pour le champ **E** s'écrit :

$$\Delta \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \mu_r \epsilon_r \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = 0$$

(Utilisez la relation : $\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \Delta \mathbf{E}$)

2. Si on suppose un milieu non-magnétique ($\mu_r = 1$), quel est le lien entre la partie réelle et imaginaire de la permittivité et la partie réelle et imaginaire de l'indice de réfraction ?
 3. En allant sur *refractiveindex.nfo*, calculez à 550 nm, la permittivité du verre BK7 (menu GLASS) et de l'argent Ag (menu MAIN). Remarquez pour ce dernier que la permittivité réelle est négative.